**Методические рекомендации**

**«Проектная деятельность в предметной области «Математика»: от исследования до продукта»**

***Составители:***

*Подстригич А.Г., кандидат педагогических наук,*

*старший преподаватель ЦНППМ ТОИПКРО,*

*Шумская Л.А., старший преподаватель*

*кафедры развития педагогического мастерства ТОИПКРО*

**Новые вызовы и реалии системы общего образования**

В последние годы в связи с происходящими глобальными изменениями современного мира (VUCA-мира: нестабильного, неопределённого, сложного и неоднозначного), которые порождены цифровыми технологиями и социальными вызовами (в том числе, пандемией и такими инновациями в образовании, как непрерывное (Long-Life-Learning), неформальное и информальное, симуляционное, горизонтальное (Р2Р), смешанное, асинхронное обучение), и как следствие, в связи с изменениями в характере развития, приобретения и распространения знаний активнообсуждаются вопросы индивидуализации образования, обновления содержания, форматов, методов и технологий обучения, роли учителя в отношении учебного процесса. Решениеэтих вопросов должно содействовать повышению качества образования, в том числе математического.

Математика необходима не только для приобретения знаний-фактов, но и для развития у обучающегося познавательных процессов (анализ, обобщение, самоконтроль, рефлексия и т.д.), атакже формирования личностного опыта учащихся. Таким образом, формируется понимание деятельностной природы знаний, необходимости соединения освоения математических знаний с деятельностью самого обучающегося, направленной на формирование и развитие метапредметных, предметных и личностных компетенций (творческой активности и креативности, кооперации и коммуникации, исследовательской и информационной культуры, критического мышления), овладение компетентностными способами деятельности, компетенциями будущего.

Большие возможности в этом плане открывает учебный проект (предоставляющий необходимый опыт деятельности), а именно проектное обучение (направленное на личностное и профессиональное развитие через активные способы действий). Рядом с термином «проектирование» стоят такие процессы, как «моделирование», «целеполагание», «планирование», «программирование», «дизайн», «конструирование», «прогнозирование», «сценирование» и другие, которые представляют собой новые типы мышления и деятельности, учитывающие глобальные процессы и ориентированные на успешность в современном мире.

Метод проектов в образовании многосторонен и потому многофункционален. Он одновременно являетсясредством развития личности, диагностики, формой контроля сформированности как стандартных учебных навыков, так и определенных личностных интеллектуальных качеств, компетентностей обучающихся, средством актуализации смыслообразующей деятельности, повышения культуры рефлексивного мышления и др.

В психолого-педагогической литературе имеют месторазличные представления о струк­туре, функциях и свойствах проектов в образовании, можно встретиться как с термином «метод проектов», так и с термином «проектная деятельность». Метод проектов трактуется как своеобразный педагогический инструмент, с помощью которого решаются определенные дидактические задачи. Проектная деятельность – способ организации образовательного пространства обучающихся.

Под *проектной деятельностью* следует понимать одну из форм учебно-познавательной (совместной) деятельности по созданию обучающимися личностно-значимой интеллектуальной продукции (планов, макетов, компьютерных программ, моделей, научных, художественных, учебных текстов, поделок и т. п.) в процессе учения. При этом сама учебная деятельность становится предметом освоения (рефлексии). Подразумевается, что создаются условия, когда обучающийся сам конструирует понятия, тексты, создает концепции и знания, необходимые для решения проблемы.

**Отличие проекта от реферата, исследовательской работы**

Основным источником информации в технологии проектной деятельности выступают:

– учебные исследования (теоретической либо прикладной направленности),

– активная работа обучающихся с текстами (учебными, научными),

– коммуникации (учебные, а такженаучные как элементы научного поиска в рамках совместной деятельности, в том числе с учителями, учеными, экспертами и специалистами).

В отличие от проекта главным результатом исследовательской работы является интеллектуальный продукт, устанавливающий ту или иную истину в результате процедуры исследования и представленный в стандартном виде. Необходимо подчеркнуть самоценность достижения истины в исследовании как его главного продукта.

При выполнении исследовательской работы важно избегать его превращения в реферат. Мало изучить различные работы и грамотно изложить их содержание, необходимо выработать и представить собственную точку зрения на источники информации, определить цель исследования, его методику, ресурсы, практическую значимость и форму конечного продукта.

Одним из наиболее непростых является вопрос о реализации воспитательных задач в ходе проектной деятельности. Иными словами, проектный метод изменяет отношение обучающихся к учению, так как при освоении учебного предмета они не получают знания в готовом виде, а создают ихв процессе обучения. При этом возрастает ценность умения понимать (рефлексировать), какие именно знания необходимы, как их обработать, как использовать при решении актуальных задач, как сформулировать запрос на информационную и интеллектуальную помощь (поддержку) в решении задач, как построить конструктивное общение между собой, с экспертом, учителем.

**Структура проекта**

Чтобы определить требования к проекту по математике, определить условия, способствующие реализации проектной деятельности обучающихся в процессе изучения математики, выделим в самом общем виде следующие *основные этапы проектной деятельности*:

1. подготовительный, включающий этапы мотивации и целеполагания, планирования и принятия решений;

2. основной, так называемый этап выполнения проекта (иногда отдельно выделяют конструкторский и технологический этапы);

3. заключительный, включающий этапы защиты проекта, проверки и оценки результатов проектной деятельности.

Содержание и формы деятельности по созданию проекта:

I. Рождение идеипроекта в виде вопроса-гипотезы, возникающего в процессе рефлексивной коммуникации по поводу ситуации непонимания; целеполагание; постановка проблемы и задач, необходимых для ее решения; мотивация выбора объекта проектирования: чего именно я не знаю, не могу, не умею, но в чем нуждаюсь в данной ситуации? На этом этапе может встать вопрос, как цель, поставленная педагогом, присваивается обучающимися, становится их собственной целью. Учитель лишь вводит в область теоретических понятий, «подводит» к открытию новых законов и изобретению новых формул, схем, правил. Чем сильней у обучающегося ощущение самостоятельности, тем больше радость от находки, тем легче будут присвоены новые знания. Здесь возможны такие организационные формы обучения, как *урок-панорама, урок-парадокс, урок постановки проблем, урок-исследование, урок-лаборатория, лекция, наблюдение, дискуссия*, взаимодействие учителя с каждым учеником в отдельности, а также с группой совместно работающих учащихся, и др.

II. Проектирование средств и способов решения проблемы, формы осуществления проекта. Решение проблемы может быть реализовано в виде:

1) самостоятельного изобретения недостающих средств и способов (творческий процесс),

2) самостоятельного поиска недостающих условий в любом «хранилище информации», и прежде всего – в учебниках, справочниках, книгах,

3) обращения за помощью к учителю, который только организует поиск неизвестного, к учителю-собеседнику и старшему товарищу, который консультирует, разговаривает на равных. Здесь возможны разнообразные организационные формы обучения, оптимально поддерживаемые уроками-консультациями со стороны педагогов. Информационная поддержка должна реализовываться не только в прямом общении между участниками проектной деятельности, учеником и учителем, но и в создании всеобъемлющей справочной базы (хрестоматии) по изучаемой теме и смежным с ней вопросам, предметам.

В процессе обучения необходимо ввести обучающегося в круг знаний и навыков информационно-коммуникационных технологий, имеющих для современного человека большое культурное значение (электронные библиотеки, интернет и т.п.). Учет индивидуального темпа продвижения обучающегося, дифференцированный подход, организация индивидуальной работы являются непременными условиями разработкипроекта. Характер проектной деятельности определяет комплекс методов и методик обучения: *исследование, экспериментирование, наблюдение, сравнительный анализ, поисковые методы, изучение опыта, обобщение, описание, методы исследовательской беседы, анкетирование, экспертные оценки, опросы* и др.

III. Рефлексия, анализ, контроль и оценка хода и результатов осуществления проекта, его защита. Здесь возникают различного рода новые организационные формы обучения: *уроки-консилиумы, уроки-конференции, уроки-практикумы*, на которых происходит защита проекта.

Заметим, что целеполагание, контроль и оценка являются наиболее рефлексивными компонентами проектной деятельности, требующими учета границ своих знаний и умений, а создание проекта предполагает реализацию следующих видов деятельности – этапов:

* погружение в проект (предпроект);
* планирование деятельности;
* осуществление деятельности;
* оформление результатов;
* подготовка к публичной презентации.

Необходимо отметить, что проекты могут быть разными и их использование в учебном процессе требует серьезной подготовительной работы. Выделяют следующие *основные требования к проекту*:

* Работа над проектом всегда направлена на разрешение конкретной *проблемы* – исследовательской, информационной, практической.
* *Планирование* действий по разрешению проблемы. Наиболее важной частью плана является пооперационная разработка проекта, в которой приводится перечень конкретных действий с указанием результатов, сроков и ответственных.
* *Поиск информации*, которая затем обрабатывается, осмысливается и представляется участниками проектной группы.
* Создание *проектной папки*, в которой собраны все рабочие материалы (вся найденная информация, результаты исследования и анализа, записи всех идей, гипотез и решений, эскизы, чертежи, наброски продукта, материалы к презентации)*,* в том числе черновики, дневные планы, промежуточные отчеты, паспорт проекта, план выполнения проекта и др.
* Результатом работы над проектом является его *продукт*, который создается участниками проектной группы и имеет практическую, социальную значимость.
* *Презентация и защита* готового проекта.

Таким образом, любой проект, независимо от типа, имеет одинаковую структуру. Проект – это «пять П»:

*проблема – проектирование (планирование) – поиск информации – продукт – презентация*.

Так же добавляют шестое «П» проекта – это его *портфолио*, т.е. проектная папка, в которой собраны все рабочие материалы.

На этапе планирования деятельности по созданию исследовательского проекта оформляется паспорт проекта, прописываются его *основные положения*:

|  |  |
| --- | --- |
| **Проблема исследования и ее Актуальность**Обосновать актуальность значит объяснить, почему данную проблему нужно в настоящее время изучать. | Какова необходимость и полезность предстоящего исследования? |
| **Цель** исследования это его желаемый конечный результат.  | Зачем я/мы буду/будем выполнять этот проект, с какой целью? |
| **Объект** исследования процесс или явление, порождающее проблемную ситуацию.**Предмет** исследования это то, что находится в границах объекта.  | Что я/мы буду/будем исследовать? |
| **Гипотеза**  предположение, при котором делается вывод об объекте. | Каков предполагаемый ответ на поставленную цель? |
| **Задачи** исследования это выбор путей и средств для достижения цели.  | Каков план исследования? |
| **Методы** исследования это основные способы, с помощью которых проводится исследование, проверяется гипотеза. | Какие методы, средства, технологии я буду использовать в ходе проекта? |

Также замысел проекта возможно оформить в следующей логике:

|  |  |
| --- | --- |
| **Основная идея** | Что? Зачем? Для кого? Что изменится в результате? |
| **Этапы разработки проекта** | Какие виды работ и основные мероприятия планируются? Что пока останется неясным? |
| **Распределение ролей и позиций в проекте** | Какие роли (позиции) необходимы для работы над проектом? Каково участие взрослых в осуществлении проекта? Имеются ли вакансии, кого необходимо пригласить для участия в проекте? |
| **Ресурсы** | Какими ресурсами уже удалось обеспечить проект? Какая поддержка нужна проекту: «новые» люди? «свежие» идеи? консультации? поддержка? что-то другое? |
| Руководитель проекта / Название проекта / Авторы проекта  |

При организации проектной деятельности применяется следующий алгоритм:

* выбор темы;
* обоснование актуальности;
* определение проблемы;
* формулирование гипотезы (для исследовательского проекта);
* формулирование цели (конкретных задач, связанных с решением проблемы);
* определение этапов работы;
* подбор методов и средств решения проблемы;
* проведение исследовательской или иной работы по решению проблемы;
* получение и анализ данных;
* оформление данных в виде текста (схемы, рисунка);
* обсуждение и корректировка данных;
* выражение ожидаемого результата (представление).

Разрабатывая проект вместе с учениками, готовясь к нему, подбирая необходимые материалы, учителюнеобходимо четко осознавать его особенности и соответственно планировать работу. Поэтому, приступая к работе, важно ознакомиться с *типологией проектов*. Е.С. Полат на основе общедидактических принципов выделяет:

 – исследовательские, творческие, ролево-игровые, информационные, предметно-ориентировочные проекты (в основе классификации – доминирующий в проекте метод или вид деятельности);

– моно- и межпредметные проекты (в основе – предметно-содержательная область);

– личностные и групповые; долгосрочные и краткосрочные и др.

Подробнее рассмотрим следующие типы проектов:

* информационный – это проект, целью которого является сбор, анализ и представление информации по какой-либо актуальной тематике;
* исследовательский проект направлен на доказательство или опровержение какой-либо гипотезы, исследование какой-либо проблемы;
* прикладной (практико-ориентированный) проект имеет на выходе конкретный продукт, это проект, направленный на воплощение в жизнь какой-то идеи (конечный продукт может использоваться как самим учеником, так и внешним заказчиком);
* игровой (ролевой) – это проект, в котором участники принимают на себя определенные роли;
* творческий проект направлен на создание какого-то творческого продукта и предполагает свободный, нестандартный подход к оформлению результатов работы;
* социальный (социально-ориентированный) проект направлен на повышение гражданской активности обучающихся и населения; сбор, анализ и представление информации по актуальной социально-значимой тематике;
* инженерный – это проект, целью которого является создание планов, чертежей, расчетов, макетов.

Выбор формы продукта проектной деятельности – важная организационная задача участников проекта. От ее решения в значительной степени зависит насколько выполнение проекта будет увлекательным, защита проекта – убедительной, а предложенные решения – полезными для решения выбранной социально значимой проблемы. Примеры некоторых форм продуктов: видеофильм, газета, журнал, карта, коллекция, мультимедийный продукт, сказка, справочник, учебное пособие и т.д. Также необходимо выбрать форму презентации проекта. Это может быть: деловая игра, демонстрация видеофильма, игра с залом, научный доклад, реклама, и т.д.

Кроме того, *продукты проектной деятельности* могут иметь следующие формы: видеофильм, выставка, газета, журнал, игра, коллекция, модель, театральная постановка, атлас, карта, справочник, научный и учебные тексты, анализ данных социологического опроса, мультимедийный продукт, электронный учебник, Web-сайт и пр.

*Презентации учебных проектов* могут быть проведены в виде: деловой игры; демонстрации видеофильма; диалога исторических или литературных персонажей; иллюстрированного сопоставления фактов, документов, событий, эпох, цивилизаций; проектной недели, научно-практической конференции; отчета исследовательской экспедиции; пресс-конференции; путешествия; экскурсии; рекламы; соревнования; телепередачи; учебного пособия; и пр.

*Примерными критериями оценки проектной деятельности* являются: самостоятельность работы над проектом; актуальность и значимость темы; полнота раскрытия темы; оригинальность решения проблемы; определение ресурсного обеспечения проекта; качество выполнения продукта; артистизм и выразительность выступления; раскрытие содержания проекта на презентации; использование средств наглядности, технических средств; ответы на вопросы и др. Отметим, что оценка за проект, как правило, получается из трех составляющих: самооценка, взаимооценка, оценка учителя/руководителя/эксперта.

Приведем материалы, необходимые на процедуре защиты проекта:

* паспорт проекта;
* проект (описание проекта) или итоговый продукт;
* лист оценки процесса подготовки проекта (заполняет руководитель);
* лист оценки результата проекта (заполняет эксперт);
* лист оценки презентации проекта;
* сводная таблица итоговых баллов по результатам оценочных процедур.

По сути дела, в ходе реализации проектной деятельности в учебном процессе меняется *тип урока, учебного занятия*. Проводятся индивидуальные консультации, семинары-консультации (для коллективного и обобщенного рассмотрения проблемы, возникающей у значительного количества обучающихся), пресс-конференции (предназначенные для выступления с докладами), «круглые столы» (для обсуждения записей в журнале «Мои вопросы и затруднения»), встречи с обучающимися (в виде уроков, проводимых участниками проектной деятельности) и т.п. Консультации посвящаются, главным образом, ознакомлению с методами работы и для выяснения нового материала. Кроме этого, применяются такие формы обучения, как обучение сообща; перевернутый класс; решение задач и проблем, поднятых самими обучающимися; письменный и устный обмен мнениями и др.

Формами организации проектной (совместной познавательной предметной) деятельности могут выступать: общественные форумы знаний, творческие отчеты по предметам, дни открытых уроков, предметные недели, праздники знаний и творчества, турниры знатоков, совместные олимпиады, выпуск предметных газет, заседания и отчеты научных обществ учащихся и т.д.

В свою очередь, реализация внеурочной проектной деятельности может проходить в такой форме, как: совместные праздники, подготовка концертов, спектаклей, просмотр и обсуждение фильмов и спектаклей, соревнования, конкурсы, КВНы, туристические походы и слеты, экскурсионные поездки, совместная деятельность в творческих объединениях различной направленности, музеях и т.п.

**Инструменты цифрового ведения проекта**

Современными формами реализации проектной деятельности являются телеконференции, вебинары, воркшопы, выездные школы, социальные сети, игропрактики, стратсессии, облачные технологии, виртуальные коллаборативные среды, которые позволяют увеличить количество обратных связей в образовательном процессе (в процессе коммуникации и обучения), в процессе совместной деятельности обучающихся и педагогов, а значит, его гибкость и открытость, адаптивность и эффективность.

В настоящее время существуют большие возможности для реализации проектной деятельности в условиях дистанционного обучения: платформы для создания сайтов (*Google-сайты*, *WordPress*, *Wix*), приложения режима прямого включения (*Zoom*, *Discord*), платформы режима совместной деятельности (*Google-документы, Google-презентации, Google-таблицы, Bubbl.us, Loneti*), программы для создания тестов и викторин (*Google-формы*, *Kahoot,* *Quizizz*) и др.

Чтобы подобрать правильный конструктор сайта главное понять, какую задачу страница должна выполнять. Для простого и быстрого создания страниц рекомендуется использовать Google-сайты–простой, понятный редактор с поддержкой других приложений и медиа файлов. Например, проектная работа начинается со страницы сайта, на которой изображена карта в виде горной местности. Каждый урок участники проекта визуально продвигаются по этой карте, причем щелкая на картинки (за каждой закреплена ссылка на страницу) мы можем видеть материал с каждого занятия. Сайт покажет весь творческий путь и позволит увидеть всю проделанную работу. Таким образом, на итоговом этапе обучающимся будет проанализирован сам проект и собственный вклад в него. Страница проекта в электронном виде может служить и результатом проекта (продуктом), например, электронная газета. Также проект может быть организован в виде лонгрида, который при работе в долгосрочном проекте постепенно наполняется информацией.

Платформа Zoom стала популярна в школах с начала периода дистанционного обучения (в связи с пандемией). При помощи данной платформы возможно производить фронтальную работу, разделять участников проекта на группы. Проводить совместные обсуждения, используя инструмент «доска». Например, осуществлять прием «мозговой штурм», записывая все ассоциации на лист с помощью встроенных инструментов и потом обводить лучшие решения. Для подобных интерактивных заданий в начале работы каждый выбирает соответствующий цвет, таким образом, наглядно видна активность каждого участника проекта. Функции «реакции» можно использовать для проверки присутствующих без подключения микрофона. Доступ к просмотру экрана рабочего стола позволяет проводить полноценную защиту проектов. Также есть функция записи конференции, что позволит проводить защиту проекта отсутствующим ученикам или предоставит возможность учителю записать необходимый материал в формате видео-урока.

Для участника проекта должны быть наглядны и понятны проблема, тема, цели и задачи проекта, выбранные способы решения проблемы, мотив выбора творческого продукта, план реализации проекта и конкретная роль ученика в нем. Для долгосрочного проекта необходимо размещать в чате, на сайте или на доске всю основную информацию, чтобы помнить цель деятельности. Для выполнения такой задачи можно использовать приложения Google-платформы. На Google-диске (облачное хранилище для файлов) можно создать нужную для работы форму (документ, презентацию или таблицу), и открыть настройки доступа (получить ссылку для редактора). Далее эту ссылку можно разместить на сайте или отправить сообщением. Деятельность каждого участника будет видна организатору. В таком случае не нужно включать камеры и демонстрацию экрана во время видеоконференции. При самостоятельной работе можно просмотреть работу каждого обучающегося, нажав на историю документа: эта функция запоминает время редактирования и имя пользователя. Готовый документ можно выложить на сайт, как медиа (в Google-сайтах) или как ссылку на другие платформы.

Bubbl.us– это программа для создания интеллект-карт онлайн. На платформе совместно можно создавать блоки в виде структур, например, описание своего мнения и к нему блоки аргументов. Можно воплощать наглядно такие формы работы, как «игровой суд», «мозговой штурм», распределять обязанности в группе и определять ход выполнения проекта. Чтобы сохранить работу, нужно зарегистрироваться, если работа в данной программе задумана не на постоянной основе, достаточно сделать снимок экрана. Недостатком является отсутствие форматирования блоков и возможности художественного оформления карты.

На подготовительном и итоговом этапах проекта удобно использовать вопросно-ответную форму работы в виде тестов и викторин, созданных в программах Kahoot, Quizizz.

Основные этапы проекта, реализуемые в образовательном процессе, и пример его воплощения с помощью цифровых ресурсов. *Подготовительный этап.* На данном этапе участникам проекта необходимо определить и сформулировать проблему, тему, цели и задачи проекта; выбрать способы решения проблемы, или мотив выбора творческого продукта, составить план реализации проекта:

1. На личном сайте педагога находятся видеоролики по теме проекта и текстовая информация, сформулировано задание – просмотреть видеоролики и ответить на вопросы к дистанционному занятию. Ответы на вопросы необходимо скинуть в личные сообщения учителю в заранее созданный чат WhatsApp.

2. Во время видеоконференции на платформе Zoom участники определяют тему, цель и задачи проекта с помощью приема «мозговой штурм», используя встроенный инструмент «доска» в режиме совместного редактирования.

3. Далее участники распределяются на группы. Каждой группе присваивается номер или цвет. На сайте педагога расположены презентации (Google-презентации). Участникам проекта необходимо зайти на страницу сайта учителя и нажать на изображения своей презентации. На первом слайде находятся таблица с критериями оценивания презентации.

4. В презентациях обучающимся в группе необходимо сформулировать свою идею проекта и представить на защите (платформа Zoom).

*Конструкторский этап.* Далее происходит поиск, сбор и обработка информации, изучение технологий, вся подготовка к непосредственному изготовлению проекта. Анализ критериев к работе, организация работы в группах.

 Совместно с учителем разрабатывается план работы над проектом, распределение ролей и конкретное задание для каждого ученика со сроком выполнения, указанном в таблице (Google-таблицы), которая публикуется на сайт, здесь выкладывается основной материал для работы над проектом.

*Технологический этап.* Изготовление продукта и т. д. На данном этапе цифровые продукты зависят от типа проекта и педагогической цели.

*Заключительный этап.* Защита проекта. Анализ проекта, рефлексия.

Защита проекта так же проходит на платформе Zoom в режиме докладчика. Подготовка защиты проекта оформляется в тех же презентациях, что и на подготовительном этапе. На сайте в приложении Google-формы каждый участник заполняет лист самооценки и анализ проекта, баллы за каждый критерий за проект выставляются либо в приложении Google-презентации, либо Google-формы.

**Примерные темы проектных работ по математике**

Выбор тематики проектов в разных ситуациях может быть различным. В одних случаях учитель определяет тематику с учетом учеб­ной ситуации, например, формулирует проект-задание, направленное на исследование теоре­тического вопроса школьного курса математики с целью углубления зна­ний обучающихся по этому вопросу, дифференциации про­цесса обучения. В других случаях тематика проектов, как например, исследовательских проектов или проектов, предназначенных для внеурочной деятельнос­ти, может быть предложена самими учащимися, которые ориентируются при этом на собственные интересы, не толь­ко чисто познавательные, но и творческие, прикладные.

Как правило, темы проектов относятся к какому-то практи­ческому вопросу, актуальному для повседневной жизни и, вместе с тем, требующему привлечения знаний учащихся не по одному предмету, а из разных областей, их творческого мышления, ис­следовательских умений. Таким образом, достигается естественная интеграция знаний, а продукт проектной деятельности может иметь не только внешнюю форму в виде материального продукта (математический тест, квиз, буклет-справочник, выставка, отчет и т.п.), но и внутреннюю форму, когда продуктом являются личностные качества: знания, умения, способности, компетенции).

Самое сложное организовать проектную деятельность так, чтобы, не навязывать обучающимся мнения в оформлении проекта, ответах на некоторые вопросы, и в итоге получить результат. В этом помогает четкое соблюдение этапов проекта:

1) Погружение в проект.

2) Сбор и обработка информации.

3) Анализ информации, консультации с учителем, обобщение, выдвижение идей, подготовка материала для презентации.

4) Презентация результатов.

5) Оценка деятельности (рефлексия): какие математические знания вы применили для проектного исследования? какие качества личности, необходимые для жизненного успеха, вы развивали в ходе реализации проекта? являются ли ваши исследования значимыми для других? где можно рассказать о результатах проектного исследования?

Результатом (продуктом) проектной деятельности может быть:

- письменная работа (математическая сказка, эссе, рассказ, стихотворение, реферат, аналитические материалы, обзорные материалы, отчеты о проведенных исследованиях, буклет, словарь, пакет рекомендаций, справочник, заочная экскурсия, аннотация, рецензия, математический календарь);

- творческая работа (представляется в виде инсценировки, художественной декламации, компьютерной анимации, газеты, журнала, коллекции, модели, путеводителя);

- материальный объект (макет, чертеж, иное конструкторское изделие; веб-сайт, блог, виртуальная экскурсия, видеоролик);

- отчетные материалы по социальному проекту (тесты, мультимедийные продукты).

Приведем примерные темы проектных работ по математике:

* Пифагоры в юбках (7 класс, 7 человек; проблема: вклад женщин-ученых в развитие математики не оценен по заслугам);
* Сборник сказок (8 класс, индивидуальный проект; цель: издать сборник авторских сказок по математике);
* Функции и графики в нашей школе (6 класс, 17 человек; цель проекта: представить в виде графиков зависимости, которые встречаются в жизни);
* Справочник по математике для учащихся 7-х классов (7 класс, 4 человека; цель проекта: создать справочник, в который вошли бы все термины, использующиеся на уроках математики);
* Музей математики (один раз в год кабинет математики превращается в «музей», где группа учащихся – «сотрудники музея» – проводят школьников с 5 по 11 классы по «залам музея», знакомя с экспозициями залов «Галерея математиков», «Кинозал», «Зал открытий», представляя Платоновы тела, лист Мёбиуса и интересные факты о них) и др.

Основой исследовательских проектов по математике могут стать тезисы из сборников научно-практических конференций школьников (Летняя конференция Турнира Городов, Московская математическая конференция школьников, Секция математики Всероссийских чтений им. В.И. Вернадского, Математическое моделирование задач естествознания и др.), статьи журналов «Квант», «Потенциал» и др., или, например, следующие тексты из книги Мартина Гарднера «Математические новеллы»:

* Трудности и парадоксы, связанные с бесконечными рядами и понятием предела
* Пентамино и полиомино
* Тетраэдры в природе и архитектуре
* Занимательная нумизматика
* Иерархия бесконечностей
* Математическое искусство Морица Эшера
* Незадачи с задачами
* О трисекции угла и тех, кто упорно (но тщетно) пытается решить эту древнюю задачу
* Можно ли наглядно представить себе четырехмерную фигуру?
* Неисчерпаемое очарование треугольника Паскаля
* Оптимальные стратегии для игр с двумя участниками
* Теория игр в играх
* «Деревья» и связанные с ними комбинаторные задачи
* Краткий трактат о бесполезной красоте совершенных чисел
* Числа Фибоначчи и др.

В рабочих тетрадях по математике проекта «Математика. Психология. Интеллект» последний раздел содержит проектные задания, которые позволяют ученику проявить свои математические способности, творческую инициативу, оценить свои возможности относительно участия в конференциях и математических конкурсах. Приведем фрагмент учебного текста из рабочей тетради для учащихся 5 класса (Гельфман Э. Г., Демидова Л. Н., Просвирова И. Г., Зилъберберг Н. И., Подстригич А. Г. Математика: рабочая тетрадь для 5 класса. Натуральные числа. М.: БИНОМ. Лаборатория знаний, 2013):

Пример задания: Оформите выставку материалов по истории записи натуральных чисел. *Советы.* Обратитесь к математическим энциклопедиям, сети Интернет и так далее. Можно представить материалы из истории записи натуральных чисел (например, в Древнем Риме).

Пример задания: Разработайте буклет, содержащий учебные материалы по теме «Натуральные числа» для учеников, которые испытывают затруднения в этой теме. *Советы.* Побеседуйте с учителем, одноклассниками, выделите ошибки, которые встречаются в ученических работах, определите задания, вызывающие затруднения у школьников. Придумайте задания, которые помогли бы предупредить эти ошибки.

Пример задания: Подготовьте электронную презентацию по теме «Натуральные числа». *Советы.* Постарайтесь, чтобы материалы о натуральных числах были представлены интересно, красочно и запоминались.

Пример задания: Подготовьте банк заданий для проведения конкурса членов клуба «Что? Где? Когда?» по теме «Натуральные числа». *Советы.* Постарайтесь подобрать разнообразные и интересные задания с указанием авторов. Приведите ответы и авторские решения задач.

Пример задания: Сочините математическую сказку, в которой фигурируют натуральные числа. *Советы.* В сказках участвуют какие-то персонажи, выполняются действия, требуется преодолеть какие-то преграды или выполнить какие-то условия. В вашей сказке персонажи, преграды и действия должны быть связаны с натуральными числами.

Пример задания: Подготовьте математический праздник (театральное представление, КВН) на тему «Так считали на Руси». *Советы.* Разработайте сценарий, наполните его познавательными материалами (может быть, в стихотворной форме) о счёте на Руси.

Пример задания: Предложите игры с натуральными числами. *Советы.* Проект может называться «Игротека по натуральным числам».

Пример задания: Найдите числа-экспонаты для кунсткамеры (нем. Kunstkammer – кабинет редкостей, музей) натуральных чисел. *Советы.* Например, рассмотрите числа 13 и 64. Их сумма равна 77. Переставьте местами цифры в каждом из этих чисел. Сумма полученных чисел – 31 и 46 – тоже равна 77. Много ли таких двузначных чисел? Определите условие, которому должны удовлетворять цифры двузначных чисел, чтобы для них выполнялось такое свойство. Можно ли найти трёхзначные числа с аналогичным свойствам? Найдите другие числа, которые вы бы поместили в кунсткамеру натуральных чисел.»

Приведем пример текста по теме «Последовательности. Числа Фибоначчи» как пример создания проблемной ситуации для разворачивания проектной деятельности на уроке/занятии.

«По какому правилу составлена следующая последовательность чисел: 1; 1; 2; 3; 5; 8; 13; 21; 34; 55; 89; ..., которые имеют специальное название – числа Фибоначчи?

Числа Фибоначчи обладают многими интересными теоретико-числовыми свойствами. Укажите некоторые из них:

1) каждое третье число Фибоначчи \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_;

2) каждое четвертое число делится на \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_;

3) два соседних числа Фибоначчи взаимно \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_;

4) так называемые конечные цепные (или непрерывные) дроби, стоящие в левых частях следующих равенств:

 и т. д.,

обращаются в рациональные дроби, представляющие собой отношения \_\_\_\_\_\_\_\_\_ чисел Фибоначчи.

Попробуйте заполнить 3 дополнительных строки согласно установленному здесь закону и проверить его правильность:

а) 1+1=3-1; б) 12+12=1·2;

 1+1+2=5-1; 12+12+22=2·3;

1+1+2+3=8-1; 12+12+22+32=3·5;

-----------------; ---------------------;

-----------------; ---------------------;

-----------------; ---------------------.

Попробуйте построить последовательность чисел Фибоначчи«назад»:

порядковый номер ... -7 -6 -5 -4 -3 -2 -1 0 1 2 3 4 5 6 ...

члены последовательности ... \_ \_ \_ \_ \_ \_ \_ 0 1 1 2 3 5 8 ...»

(Tasks and challenges. Teacher’s book. Weitzman Institute, Rehovot, Israel, р. 198).

Таким образом, обучающимся предоставляется возможность самостоятельно построить догадку, с оказанием обязательной педагогической поддержки, предоставлением материалов для проверки гипотез и проведения самоконтроля, тем самым способствуя возбуждению интереса к теме, описываемым проблемам, привлечению специальной литературы, проведению самостоятельного проектного исследования.

Заметим, что в результате работы над общеклассным проектом, выполнения проект-заданий непосредственно на уроках математики при изучении конкретных тем, например, темы «Числовые последовательности. Прогрессии», возможно рождение групповых и индивидуальных проектов, в частности, методического характера: «Формулы, которые полезно знать при решении задач на прогрессии», «Где могут пригодиться знания об арифметической и геометрической прогрессиях?», «Из истории арифметической и геометрической прогрессий», «Какие вопросы о свойствах прогрессий могут быть решены с помощью уравнений и неравенств», «Прогрессии в конкурсных задачах. Как стать успешным», «Путеводитель по типичным ошибкам. Типичные трудности и ошибки при решении задач на прогрессии», «Как научить каждого решать задачи на прогрессии», «Каким образом оформить учебник по прогрессиям», «Таблицы по прогрессиям», «Как составить тест по теме «Прогрессии»», «Словарик-справочник по прогрессиям» и др.

**Заключение**

В процессе реализации проектной деятельности по математике возможно развивать такие социально значимые умения ученика, как

- использовать графическое представление множеств для описания реальных процессов и явлений, решать задачи из других учебных предметов, распознавать истинные и ложные высказывания, приводить примеры и контрпримеры, строить высказывания и отрицания высказываний;

- выполнять действия с числами, сравнивать и упорядочивать числа, представлять числа на координатной прямой, округлять числа, делать прикидку и оценку результата вычислений, выполнять расчеты по формулам, преобразовывать целые, дробно-рациональные выражения и выражения с корнями;

- раскладывать многочлены на множители, в том числе с использованием формул разности квадратов и квадрата суммы и разности;

- использовать координатную прямую и координатную плоскость для изображения решений уравнений, неравенств и систем, строить графики функций, использовать графики для определения свойств процессов и зависимостей, для решения задач из других учебных предметов и реальной жизни;

- выражать формулами зависимости между величинами;

- использовать свойства последовательностей, формулы суммы и общего члена последовательности при решении задач, в том числе задач из других учебных предметов и реальной жизни;

- составлять выражения, уравнения, неравенства и системы по условию задачи, исследовать полученное решение и оценивать правдоподобность полученных результатов, решать задачи, в том числе из повседневной жизни;

- решать задачи на нахождение геометрических величин с применением изученных свойств фигур и фактов, распознавать равенство, симметрию и подобие фигур, параллельность и перпендикулярность прямых в окружающем мире, применять признаки равенства треугольников, теорему о сумме углов треугольника, теорему Пифагора, тригонометрические соотношения для вычисления длин, расстояний, площадей, изображать плоские фигуры и их комбинации, пространственные фигуры от руки, с помощью чертежных инструментов и электронных средств по текстовому или символьному описанию, использовать векторы и координаты для представления данных и решения задач, в том числе из других учебных предметов и реальной жизни;

- извлекать, интерпретировать и преобразовывать информацию, представленную в таблицах и на диаграммах, отражающую свойства и характеристики реальных процессов и явлений;

- распознавать изменчивые величины в окружающем мире, решать задачи методом организованного перебора и с использованием правила умножения;

- оценивать вероятности реальных событий и явлений, понимать роль практически достоверных и маловероятных событий в окружающем мире и в жизни;

- иметь представления о понятии независимых событий, законе больших чисел и его роли в массовых явлениях;

- выбирать подходящий изученный метод для решения задачи, приводить примеры математических закономерностей в природе и жизни, распознавать проявление законов математики в искусстве, описывать отдельные выдающиеся результаты, полученные в ходе развития математики как науки, приводить примеры математических открытий и их авторов в отечественной и всемирной истории.

Понятие «проектная деятельность» прочно вошло в практику математического образования. Проект как вид деятельности перспективен, многогранен, эффективен. Проект – это метод обучения, который может быть использован при изучении любого предмета, может применяться на уроках и во внеурочной деятельности. Проект формирует большое количество умений и навыков, метапредметные, предметные и личностные компетенции, компетенции будущего, создает условия индивидуализации и дает обучающимся необходимый опыт деятельности. Проект – это форма организации учебного процесса. Он может стать альтернативой классно-урочному обучению. Кроме того, проект – это философия результатов и достижений.

Реализация метода проектов в учебном процессе связана с разработкой нового методического обеспечения, учебных материалов и процедур, поощряющих как знания, умения и навыки, так и компетентность, инициативу, творчество, саморегуляцию и уникальность склада ума, предлагая педагогам самим осуществлять самостоятельную активную проектно-исследовательскую деятельность. Когда учителя обобщают собственный профессиональный опыт в виде написания статей, учебных и методических пособий, самостоятельно делают педагогические находки, создают авторские методики, предметные тексты (в широком смысле слова) и обмениваются ими (например, в ходе работы проблемно-творческой группы).

Современному учителю необходимо владеть навыками работы в режиме проектной деятельности и, конечно, иметь открытую познавательную позицию по отношению к новым целям школьного образования, по отношению к каждому ученику как носителю актуальных и потенциальных интеллектуальных возможностей, по отношению к творческим, зачастую оригинальным продуктам учебно-познавательной деятельности обучающихся.

**Список литературы**

**по организации проектной деятельности по предметной области «Математика»**

1. Адамар Ж. Исследование психологии процесса изобретения в области математики. − М.: Издательство МЦНМО, 2014. − 129 с.
2. Башмаков М.И., Поздняков С.Н., Резник Н.А. Информационная среда обучения. − СПб.: Свет, 1997. − 400 с.
3. Гарднер М. Математические новеллы. – М.: Мир, 1974. – 456 с.
4. Гузеев В.В. Консультации: что такое педагогические технологии и какие технологии используются в образовании // Педагогические технологии. 2005. № 1. С. 108–124.
5. Дьюи Дж. Демократия и образование. – М.: Педагогика-Пресс, 2000. – 384 с.
6. Инновационные процессы в педагогической практике и образовании. Под ред. Г.Н. Прозументовой. Барнаул-Томск, Алтайская Академия экономики и права, 1997. − 128 с.
7. Кларин М.В. Инновационные модели обучения в зарубежных педагогических поисках. − М., 1994. − 222 с.
8. Кудрявцев Т.В. Развитие технического мышления учащихся. − М.: Высшая школа, 1964. − 96 с.
9. Новые педагогические и информационные технологии в системе образования: Учеб. пособие для студентов пед. вузов и системы повышен. квалифицир. пед. кадров / Е.С. Полат, М.Ю. Бухаркина, М.В. Моисеева, А.Е. Петров. – М.: Академия, 2000. – 272 с.
10. Пахомова Н.Ю. Метод учебных проектов в образовательном учреждении: Пособие для учителей и студентов педагогических вузов. – М.: АРКТИ, 2003. – 112 с. (Методическая библиотека).
11. Пойа Д. Математическое открытие. Решение задач: основные понятия, изучение и преподавание. – М.: Наука, 1976. – 448 с.
12. Равен Дж. Компетентность в современном обществе: выявление, развитие и реализация. − М.: Когито-Центр, 2002. – 396 с.
13. Сгибнев А.И. Исследовательские задачи для начинающих. – М.: МЦНМО, 2013. – 120 с.
14. Сгибнев А. И. Геометрия на подвижных чертежах. – М.: МЦНМО, 2019. – 184 с.
15. Селевко Г.К. Современные образовательные технологии: Учебное пособие. − М.: Народное образование, 1998. − 256 с.
16. Хуторской А.В. Дидактическая эвристика. Теория и технология креативного обучения. − М.: Изд-во МГУ, 2003. − 416 с.
17. Чечель И.Д. Метод проектов, или Попытка избавить учителя от обязанностей всезнающего оракула // Директор школы, 1998, № 3, 4.

**Список Интернет-ресурсов**

**по организации проектной деятельности по предметной области «Математика»**

* [http://www.vernadsky.dnttm.ru](http://www.vernadsky.dnttm.ru/) Сайт Всероссийского Конкурса юношеских исследовательских работ им. В.И. Вернадского. Опубликованы нормативные документы по конкурсу, рекомендации по участию в нем, исследовательские работы школьников. Организована система on-line представления работ на конкурс, каждый посетитель сайта может написать отзыв или рецензию на заинтересовавшую работу.
* [http://www.exponenta.ru](http://www.exponenta.ru/) «Экспонента» – популярный образовательный математический сайт. Здесь имеются задачи с решениями; справочник по математике; книги и справочники по математическим пакетам Mathcad, Matlab, Maple. Доступны программы для поддержки курсов математического анализа, линейной алгебры, обыкновенных дифференциальных уравнений.
* [http://mathproblem.narod.ru](http://mathproblem.narod.ru/) «Math». Интернет-каталог ресурсов по математике содержит следующую информацию: математические школы, кружки и задачи; олимпиады, газеты, журналы и книги.
* <http://math.ournet.md/indexr.html> «Виртуальная школа юного математика». Сайт предоставляет обширный материал по математике: задачи и комментарии, полные доказательства некоторых математических проблем теоретического характера; темы и задачи, мало изучаемые в школьном курсе математики; практикум абитуриента. Также представлена информация из истории математики; математические словари; условия и решения задач выпускных экзаменов.
* [http://mathem.by.ru](http://mathem.by.ru/) «Математика on-line». На этом сайте можно найти формулы по математике, геометрии, высшей математике и т.д. Также здесь имеется справочная информация по математическим дисциплинам и интересные статьи по различным разделам математики.
* [http://www.mathematics.ru](http://www.mathematics.ru/) «Открытая математика». Сайт представляет собой часть проекта «Открытый Колледж»; здесь можно найти содержание учебных компьютерных курсов по математике, выпускаемых компанией ФИЗИКОН на компакт-дисках.
* <http://www.uic.ssu.samara.ru/~nauka/MACH/STAT/ALGORITM/algoritm.html> «20 алгоритмов по стереометрии». Алгоритмы для учащихся 10-11 классов и студентов первых курсов.
* <http://algorithm.narod.ru/> «Алгоритмы». Некоторые алгоритмы для вычисления элементарных математических функций.
* <http://vschool.km.ru/education.asp?subj=14> «Виртуальная школа Кирилла и Мефодия». Интерактивные уроки по математике.
* <http://www.sch57.msk.ru/collect/smogl.htm> «История математики». Краткие биографии математиков, исторические обзоры.
* <http://www-history.mcs.st-and.ac.uk/~history/> «История математики». История развития науки, биографии математиков (на английском языке).
* <http://www.nips.riss-telecom.ru/poly/> «Мир многогранников». Фотографии и описания, чертежи и рекомендации по построению моделей. Биография известных математиков.
* <http://news.1september.ru/mat/1999/no6.htm> «Некоторые малоизвестные факты из геометрии треугольника».
* <http://www.laplas.narod.ru/teorema01.htm> «Теория чисел. Новая теорема». Теорема о приближении алгебраических чисел рациональными числами. Доказательство, обсуждение.
* <https://www.geogebra.org/u/google_admin> GeoGebra для преподавания и изучения математики. Бесплатные цифровые инструменты для занятий, построения графиков, геометрии, совместной работы на доске и многого другого.
* <https://www.youtube.com/playlist?list=PLnnFSS9Rswo3a2TPHcf2jMP2EsV1g7asA> Видеокурс Алексея Сгибнева по ГеоГебре для учителей математики.