

ОБЛАСТНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ  
ДОПОЛНИТЕЛЬНОГО ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«ТОМСКИЙ ОБЛАСТНОЙ ИНСТИТУТ ПОВЫШЕНИЯ КВАЛИФИКАЦИИ  
И ПЕРЕПОДГОТОВКИ РАБОТНИКОВ ОБРАЗОВАНИЯ»

УТВЕРЖДАЮ:

Ректор ТОИПКРО

\_\_\_\_\_ О.М. Замятина

«\_\_\_» \_\_\_\_\_ 2024 г.

**Дополнительная профессиональная программа  
повышения квалификации**

**«Профессионально-педагогическая компетентность экспертов ЕГЭ  
(по предметам)»**

**Центр мониторинга и оценки качества образования**

**Составители программы:**

Миронова Мария Вячеславовна,  
специалист по УМР центра  
мониторинга и оценки качества  
образования

**г. Томск 2024**

**Рассмотрено на заседании  
ученого совета ТОИПКРО  
Протокол № \_\_\_\_\_  
«\_\_\_» \_\_\_\_\_ 20\_\_ г.**

**Согласовано:  
Проректор по учебно-методической и организационной работе  
\_\_\_\_\_ Е.В. Панова**

**Рассмотрено  
на заседании центра мониторинга и оценки качества образования  
Протокол № \_\_\_\_\_  
«\_\_\_» \_\_\_\_\_ 20\_\_ г.  
Заведующий центром мониторинга и оценки качества образования  
\_\_\_\_\_/В.О. Пивоваров/**

## Раздел 1. Характеристика программы

**1.1. Цель:** совершенствование профессиональной компетенции слушателей в области проверки и оценивания выполнения заданий с развернутым ответом экзаменационных работ участников ЕГЭ.

**1.2. Планируемые результаты обучения:**

**Категория слушателей:** кандидаты в члены предметных комиссий ЕГЭ (учителя по предметам) (Приказ Министерство труда и социальной защиты Российской Федерации приказ от 18 октября 2013 г. № 544н об утверждении профессионального стандарта «Педагог (педагогическая деятельность в сфере дошкольного, начального общего, основного общего, среднего общего образования) (воспитатель, учитель)»)

| Трудовая функция                        | Трудовое действие                                                                                                                                        | Знать                                                                                                                                                                                                                                               | Уметь                                                                                                       |
|-----------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Общепедагогическая функция.<br>Обучение | Организация, осуществление контроля и оценки учебных достижений, текущих и итоговых результатов освоения основной образовательной программы обучающимися | – типологию заданий с развернутым ответом, используемых в КИМ ЕГЭ по предмету;<br>– критерии и виды используемых шкал для оценки заданий с развернутым ответом различного типа;<br>– специфику оценивания заданий с развернутым ответом по предмету | – объективно оценивать задания с развернутым ответом ЕГЭ по предмету в соответствии с критериями оценивания |

**1.3. Категория слушателей:** кандидаты в члены предметных комиссий ЕГЭ.

**1.4. Требования к уровню подготовки поступающего на обучение, необходимые для освоения программы:**

К уровню подготовки поступающего на обучение предъявляются следующие, необходимые для освоения программы, требования: получающие высшее образование и среднее профессиональное образование или получившие высшее профессиональное образование (бакалавриат, специалитет, магистратура),

среднее профессиональное образование. Требования к опыту практической работы не предъявляются.

**1.5. Форма обучения:** очная.

**1.6. Срок освоения программы:** 36 часов.

## Раздел 2. Содержание программы

### 2.1. Учебный план

| № п/п | Наименование разделов, модулей и тем                                                                                                                                               | Всего часов | Аудиторные занятия |                      | Внеаудиторные работы | Формы контроля |
|-------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------|--------------------|----------------------|----------------------|----------------|
|       |                                                                                                                                                                                    |             | Лекции             | Практические занятия |                      |                |
| 1.    | <b>Базовая часть</b>                                                                                                                                                               | <b>4</b>    | <b>2</b>           | <b>2</b>             |                      |                |
| 1.1   | <b>Оценка качества образования в Томской области</b>                                                                                                                               | <b>4</b>    | <b>2</b>           | <b>2</b>             |                      |                |
| 1.1.1 | Педагогический контроль в современном учебном процессе. Специфика стандартизированных форм контроля                                                                                | 2           | 2                  |                      |                      |                |
| 1.1.2 | Нормативные документы, регламентирующие проведение ГИА, деятельность региональной предметной комиссии. Стандартизованная процедура проверки и оценки заданий с развернутым ответом | 2           |                    | 2                    |                      | зачет          |
| 2.    | <b>Профильная часть</b>                                                                                                                                                            | <b>28</b>   | <b>8</b>           | <b>20</b>            |                      |                |
| 2.1   | <b>Принципы отбора содержания КИМ</b>                                                                                                                                              | <b>4</b>    | <b>2</b>           | <b>2</b>             |                      |                |
| 2.1.1 | Принципы отбора содержания КИМ по предмету. Типы заданий. Распределение заданий экзаменационной работы по уровню усвоения учебного содержания курса                                | 2           | 2                  |                      |                      |                |
| 2.1.2 | Документы, определяющие структуру и содержание КИМ                                                                                                                                 | 2           |                    | 2                    |                      | зачет          |
| 2.2   | <b>Методика оценивания ответов</b>                                                                                                                                                 | <b>24</b>   | <b>6</b>           | <b>18</b>            |                      |                |

|       |                                                                                                               |           |           |           |  |       |
|-------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------|-----------|-----------|--|-------|
| 2.2.1 | Научно-методические подходы к оцениванию заданий с развернутым ответом                                        | 2         | 2         |           |  |       |
| 2.2.2 | Методика проверки и оценки выполнения заданий с развернутым ответом                                           | 8         |           | 8         |  |       |
| 2.2.3 | Специфика оценки заданий с развернутым ответом по предмету                                                    | 2         | 2         |           |  |       |
| 2.2.4 | Организация самостоятельной работы по оценке отдельных заданий с развернутым ответом                          | 8         |           | 8         |  |       |
| 2.2.5 | Трудные случаи при оценивании экспертами работ. Анализ самостоятельной работы по оценке экзаменационных работ | 4         | 2         | 2         |  | зачет |
| 3.    | <b>Итоговая аттестация</b>                                                                                    | 4         |           | 4         |  |       |
| 3.1   | Профессионально-педагогическая компетентность экспертов ЕГЭ (по предметам)                                    | 4         |           | 4         |  | зачет |
|       | <b>Итого:</b>                                                                                                 | <b>36</b> | <b>10</b> | <b>26</b> |  |       |

## 2.2. Рабочая программа модулей

### 1. Базовая часть

#### Модуль 1.1 Оценка качества образования в Томской области

##### Тема 1.1.1 Педагогический контроль в современном учебном процессе. Специфика стандартизированных форм контроля

*Содержание теоретического курса:* Входной, текущий и итоговый контроль учебных достижений. Внутренний и внешний контроль. Традиционные и современные средства контроля. Педагогические измерения в системе управления качеством образования.

##### Тема 1.1.2 Нормативные документы, регламентирующие проведение ГИА, деятельность региональной предметной комиссии. Стандартизованная процедура проверки и оценки заданий с развернутым ответом»

*Содержание практического курса:* На практических занятиях развиваются умения работать с действующей нормативной правовой и методической базой;

а также формируются навыки реализации требований нормативных и методических документов, а также действующего законодательства.

*Промежуточная аттестация:* в виде тестирования.

## **2. Профильная часть**

### **Модуль 2.1 Принципы отбора содержания КИМ**

**Тема 2.1.1 Принципы отбора содержания КИМ по предмету. Типы заданий. Распределение заданий экзаменационной работы по уровню усвоения учебного содержания курса**

*Содержание теоретического курса:* Принципы отбора содержания КИМ по предмету. Отражение в КИМ специфики содержания и структуры учебного предмета. Типы и виды тестовых заданий. Распределение заданий экзаменационной работы по уровню усвоения учебного содержания курса. Задания с развернутым ответом, их место и назначение в структуре КИМ. Документы, определяющие структуру и содержание КИМ. Спецификация КИМ.

**Тема 2.1.2 Документы, определяющие структуру и содержание КИМ**

*Содержание практического курса:* На практических занятиях осуществляется изучение Приказа Минобрнауки России № 1274 от 17 декабря 2013 г. «Об утверждении Порядка разработки, использования и хранения контрольных измерительных материалов при проведении государственной итоговой аттестации по образовательным программам основного общего образования и порядка разработки, использования и хранения контрольных измерительных материалов при проведении государственной итоговой аттестации по образовательным программам среднего общего образования». Документы, определяющие структуру и содержание контрольных измерительных материалов по предмету: кодификаторы элементов содержания и требований к уровню подготовки обучающихся, спецификации контрольных измерительных материалов, демонстрационные варианты контрольных измерительных материалов для проведения государственной итоговой аттестации за курс основной и средней общеобразовательной школы. Осуществляется ознакомление со стандартизированной процедурой проверки и оценки заданий с развернутым ответом в рамках проведения ЕГЭ: протокол проверки, методика назначения третьего эксперта.

*Промежуточная аттестация:* в виде тестирования.

### **Модуль 2.2 Методика оценивания ответов**

**Тема 2.2.1 Научно-методические подходы к оцениванию заданий с развернутым ответом**

*Содержание теоретического курса:* Общие научно-методические подходы к проверке и оценке выполнения заданий с развернутым ответом. Специфические подходы к системе оценивания выполнения заданий с развернутым ответом по предмету. Виды шкал, используемых для оценки выполнения заданий с развернутым ответом по предмету.

### **Тема 2.2.2 Методика проверки и оценки выполнения заданий с развернутым ответом**

*Содержание практического курса:* Рассматривается методика оценивания ответов экзаменуемых на основе разработанных критериев с примерами характерных ответов и типичных ошибок. Подходы к решению нестандартных ситуаций. Отрабатывается стандартизованная процедура проверки и перепроверки выполнения заданий с развернутым ответом. Форма бланка ответов №2. Протокол проверки ответов на задания в бланке №2. Работа третьего эксперта. Обсуждение типичных затруднений, расхождений экспертов при проверке экзаменационных работ.

### **Тема 2.2.3 Специфика оценки заданий с развернутым ответом по предмету**

*Содержание теоретического курса:* Специфика оценки заданий с развернутым ответом по предмету. Критерии оценки заданий с развернутым ответом. Использование указаний к оцениванию.

### **Тема 2.2.4 Организация самостоятельной работы по оценке отдельных заданий с развернутым ответом**

*Содержание практического курса:* Самостоятельная работа по оценке отдельных заданий с развернутым ответом, тренинг в анализе ответов обучающихся. Заполнение протоколов проверки. Типичные ошибки при заполнении протоколов проверки заданий с развернутым ответом.

### **Тема 2.2.5 Трудные случаи при оценивании экспертами работ. Анализ самостоятельной работы по оценке экзаменационных работ**

*Содержание теоретического курса:* Трудные случаи при оценивании экспертами работ. Знакомство экспертов с результатами проверки и перепроверки работ в предыдущем учебном году. Анализ допущенных при оценивании ошибок. Анализ самостоятельной работы, по оценке экзаменационных работ. Выработка единых подходов к проверке и оценке заданий с развернутым ответом с учетом специфики предмета и критериев оценивания отдельных заданий и работы в целом.

*Промежуточная аттестация:* в форме зачета в виде выполнения практической работы.

## **3. Итоговая аттестация**

Итоговой формой контроля слушателей является зачет по теме «Профессионально-педагогическая компетентность экспертов ЕГЭ (по предметам)» в виде практической работы по оцениванию работ участников ЕГЭ.

### 2.3. Календарный учебный график

| Наименование                  | Всего часов | В том числе        |            |            |            |            |
|-------------------------------|-------------|--------------------|------------|------------|------------|------------|
|                               |             | Аудиторные занятия |            |            |            |            |
|                               |             | 1 уч. день         | 2 уч. день | 3 уч. день | 4 уч. день | 5 уч. день |
| Теоретико-прикладное обучение | 32          | 8                  | 8          | 8          | 8          |            |
| Итоговая аттестация           | 4           |                    |            |            |            | 4          |
| <b>ИТОГО:</b>                 | <b>36</b>   | <b>8</b>           | <b>8</b>   | <b>8</b>   | <b>8</b>   | <b>4</b>   |

### Раздел 3. Формы аттестации и оценочные материалы

#### Промежуточная аттестация по модулю 1.1 Оценка качества образования в Томской области

**Форма:** Зачет.

**Описание:** Промежуточная аттестация по модулю 1.1 «Оценка качества образования в Томской области» проводится в виде тестирования в электронном виде. Тестирование с целью выявления исходного уровня и образовательного запроса по вопросам предметной и методической подготовки учителей математики. Тест состоит из 10 вопросов.

**Требования к выполнению:** Слушателям необходимо выполнить тестирование, которое состоит из 10 заданий с выбором ответов.

**Измерительные материалы:**

- 1) ЕГЭ проводится в соответствии с:
  - а) ФЗ от 29.12.2012 № 273-ФЗ «Об образовании в Российской Федерации»;
  - б) Порядком проведения государственной итоговой аттестации по образовательным программам среднего общего образования (Приказ Минпросвещения России, Рособрнадзора №233/552 от 04.04.2023, зарегистрирован Минюстом 15 мая 2023 года. Рег. № 73314).;
  - в) Концепцией развития математического образования в РФ;
  - г) ФГОС СОО.
- 2) Единый государственный экзамен (ЕГЭ) представляет собой:
  - а) форму государственной итоговой аттестации, проводимой в целях определения соответствия результатов освоения обучающимися основных образовательных программ среднего общего образования требованиям федерального государственного образовательного стандарта;
  - б) форму объективной оценки качества обучения учащихся;
  - в) форму объективной оценки качества работы учителя;

г) форму объективной оценки качества организации образовательного процесса в образовательной организации.

3) Совершенствование системы государственной итоговой аттестации, завершающей освоение основных образовательных программ основного общего и среднего общего образования, по математике, разработка соответствующих контрольных измерительных материалов, обеспечивающих введение различных направлений изучения математики, т.е. материалов, предназначенных для различных целевых групп выпускников, входит в число мер по реализации:

а) ФЗ от 29.12.2012 № 273-ФЗ «Об образовании в Российской Федерации»;

б) Основной образовательной программы школы;

в) Концепции развития математического образования в РФ;

г) ФГОС ООО.

4) При проведении ЕГЭ по учебным предметам (за исключением ЕГЭ по математике базового уровня) используется:

а) стобалльная система оценки;

б) пятибалльная система оценки.

5) Проверка предметной комиссией экзаменационных работ участников экзамена включает в себя:

а) проверку ответов на задания экзаменационной формы с развернутым ответом, ответов на задания текстов, тем, заданий, билетов ГВЭ, в том числе устных ответов;

б) обработку бланков ЕГЭ и ГВЭ;

в) оба варианта верны.

6) Записи на листах бумаги для черновиков и КИМ:

а) не обрабатываются и не проверяются;

б) обрабатываются и проверяются;

в) обрабатываются по желанию эксперта.

7) Лицам, привлекаемым к обработке бланков ЕГЭ и ГВЭ:

а) разрешено иметь при себе средства связи, фото-, аудио- и видеоаппаратуру и иные средства хранения и передачи информации;

б) запрещается иметь при себе средства связи, фото-, аудио- и видеоаппаратуру и иные средства хранения и передачи информации;

в) разрешается иметь при себе средства связи, фото-, аудио- и видеоаппаратуру и иные средства хранения и передачи информации при наличии личной необходимости.

8) Экзаменационные работы проходят:

а) проверку одним экспертом;

б) проверку двумя экспертами;

в) проверку двумя экспертами, а также в случаях, устанавливаемых нормативными документами, проверку третьим экспертом, межрегиональную перекрестную проверку, а также межрегиональную перекрестную проверку в рамках рассмотрения апелляции о несогласии с выставленными баллами.

9) Эксперту, осуществляющему третью проверку, предоставляется информация о баллах, выставленных экспертами, ранее проверявшими экзаменационную работу.

а) да;

б) нет.

10) Предметные комиссии работают в помещениях:

а) в любых помещениях, на усмотрение председателя предметной комиссии;

б) в помещениях, исключающих возможность доступа к ним посторонних лиц и распространения информации ограниченного доступа;

в) в помещениях проведения ГИА.

**Критерии оценивания:** Соответствие ответа на вопрос эталону правильного ответа. «Зачтено» выставляется слушателю, если ответы слушателя совпадают с верными ответами более чем на 80%.

«Не зачтено» выставляется слушателю, если ответы слушателя совпадают с верными ответами менее чем на 80%.

### **Промежуточная аттестация по модулю 2.1 Принципы отбора содержания КИМ**

**Форма:** Зачет.

**Описание:** Промежуточная аттестация по модулю 3.1 Оценка качества образования в Томской области» проводится в виде тестирования (по предметам). Тест состоит из 6 вопросов.

**Требования к выполнению:** Слушателям необходимо выполнить тестирование, которое состоит из заданий с кратким ответом.

**Измерительные материалы:**

Пример тестов по математике:

1. При каких условиях работа участника выходит на третью проверку?
2. Какие нормативные документы, определяют содержание КИМ ЕГЭ?
3. К какому коду проверяемых требований относится умение выполнять действие с геометрическими фигурами, координатами и векторами?
4. Какие задания 2 части проверяет умение решать уравнения и неравенства?
5. Какое умение проверяет данное задание?

Две окружности касаются внешним образом в точке  $K$ . Прямая  $AB$  касается первой окружности в точке  $A$ , а второй – в точке  $B$ . Прямая  $BK$  пересекает первую окружность в точке  $D$ , прямая  $AK$  пересекает вторую окружность в точке  $C$ .

а) Докажите, что прямые  $AD$  и  $BC$  параллельны.

б) Найдите площадь треугольника  $AKB$ , если известно, что радиусы окружностей равны 4 и 1.

## 6. Заполнить таблицу

| № задания | Основные проверяемые требования к математической подготовке                                       | Коды проверяемых требований к уровню подготовки (по кодификатору) | Коды проверяемых элементов содержания (по кодификатору) | Уровень сложности задания | Максимальный балл за выполнение задания |
|-----------|---------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------|---------------------------|-----------------------------------------|
| 12        | Уметь решать уравнения и не равенства                                                             | 2.1–2.3                                                           | 2.1, 2.2                                                | П                         | -----                                   |
| 13        | Уметь выполнять действия с геометрическими фигурами, координатами и векторами                     | 4.2, 4.3, 5.2, 5.3                                                | 5.2–5.6                                                 | П                         | -----                                   |
| 14        | Уметь решать уравнения и не равенства                                                             | 2.3                                                               | 2.1, 2.2                                                | П                         | -----                                   |
| 15        | Уметь использовать приобретенные знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни | 6.1, 6.3                                                          | 1.1, 2.1.12                                             | П                         | -----                                   |
| 16        | Уметь выполнять действия с геометрическими фигурами, координатами и векторами                     | 4.1, 4.3, 5.2, 5.3                                                | 5.1, 5.5                                                | П                         | -----                                   |
| 17        | Уметь решать уравнения и не равенства                                                             | 2.1–2.3, 5.1                                                      | 2.1, 2.2, 3.1–3.3                                       | П                         | -----                                   |
| 18        | Уметь строить и исследовать простейшие математические модели                                      | 5.1, 5.3                                                          | 1.1–1.4, 2.1–2.2, 3.1–3.3                               | П                         | -----                                   |

**Критерии оценивания:** Слушателю ставится «зачтено», если на 67% вопросов были даны верный ответ и в задании № 6 правильно заполнены все пустые строки.

Слушателю ставится «не зачтено», если менее чем на 67% вопросов были даны верные ответы и в задании № 6 считается не все пустые строки заполнены правильно.

**Промежуточная аттестация по модулю 2.2 Методика оценивания ответов**  
**Форма:** Зачет.

**Описание:** Промежуточная аттестация по модулю 2.2 «Методика оценивания ответов» проводится в виде практической работы.

**Требования к выполнению:** Слушателям необходимо верно оценить работу, которая состоит из 5 заданий.

**Измерительные материалы:**

Примеры заданий по математике:

Задание № 1

На доске написано 30 натуральных чисел (числа могут повторяться), каждое из которых либо зелёного, либо красного цвета. Каждое зелёное число кратно 3, а каждое красное число кратно 7. При этом все зелёные числа различны и все красные различны (какое-то зелёное число может равняться какому-то красному числу).

- а) Может ли сумма написанных чисел быть меньше  $1395 = 3 + 6 + \dots + 90$ , если все числа на доске кратны 3?
- б) Может ли ровно одно число на доске быть красным, если сумма написанных чисел равна 1067?
- в) Какое наименьшее количество красных чисел может быть на доске, если сумма написанных чисел равна 1067?

Решение.

а) Если на доске записано 29 зелёных чисел: 3, 6, ..., 87 – и одно красное число 21, то их сумма меньше 1395.

б) Пусть на доске ровно одно красное число. Тогда зелёных чисел 29, а их сумма не меньше, чем сумма 29 наименьших чисел, делящихся на 3:

$$3 + 6 + \dots + 87 = \frac{90 \cdot 29}{2} = 1305.$$

Это противоречит тому, что сумма написанных чисел равна 1067.

в) Пусть на доске написано  $n$  красных чисел и  $30 - n$  зелёных чисел. Тогда сумма красных чисел не меньше

$$7 + 14 + \dots + 7n = \frac{7n^2 + 7n}{2},$$

а сумма зелёных чисел не меньше

$$3 + 6 + \dots + 3(30 - n) = \frac{3(31 - n)(30 - n)}{2} = \frac{3n^2 - 183n + 2790}{2}.$$

Таким образом,  $1067 \geq 5n^2 - 88n + 1395$ ;  $5n^2 - 88n + 328 \leq 0$ , откуда, учитывая, что  $n$  – целое, получаем  $n \geq 6$ .

Приведём пример 6 красных чисел и 24 зелёных чисел, сумма которых равна 1067: 7, 14, 21, 28, 35, 56, 3, 6, ..., 66, 69, 78.

Ответ: а) да; б) нет; в) 6.

| Содержание критерия                                                                                                                                                                                                    | Баллы |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------|
| Верно получены все перечисленные (см. критерий на 1 балл) результаты                                                                                                                                                   | 4     |
| Верно получены три из перечисленных (см. критерий на 1 балл) результатов                                                                                                                                               | 3     |
| Верно получены два из перечисленных (см. критерий на 1 балл) результатов                                                                                                                                               | 2     |
| Верно получен один из следующих результатов:<br>– обоснованное решение пункта а;<br>– обоснованное решение пункта б;<br>– искомая оценка в пункте в;<br>– пример в пункте в, обеспечивающий точность предыдущей оценки | 1     |
| Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше                                                                                                                                                    | 0     |
| Максимальный балл                                                                                                                                                                                                      | 4     |

а)  $1395 = 3 + 6 + \dots + 90$  - 30 чисел. Пропускаем увеличивать еще значения. Да, может, 7.8 мы можем заменить тем же 90 на число 21, для написания дружнее светом (красным), а всегда общие суммы увеличиваются на 1069 - 2.7.9.

б) Возьмем наименьшую сумму или напишем только злые числа. Это  $1395 = 3 + 6 + \dots + 90$ . Нам нужно добавить одно красное число. Для того, чтобы минимизировать сумму мы добавим самое большое злое - 90 и добавим минимально возможные красные - 7. Итоговая сумма  $1395 - 90 + 7 = 1312 > 1067 \Rightarrow$  не возможно.

в) У нас против 3-х дан остаток при делении на 7 в столбике короче: 36 25 14 0. Число 1067 даёт остаток 3 при делении на 7  $\Rightarrow$  Это злые или должны написать более сложное и мы. Они не могут написать ни 3х. и 3... + 87 = 1342  $\neq$  1067  $\Rightarrow$  = они должны написать на 63.  
 $3 + \dots + 63 = 63 \cdot 11 = 759$  26,  $1067 - 726$   $1067 - 759 = 308$   $\frac{308}{7} = 44$

## Задание № 2

Найдите все значения  $a$ , при каждом из которых уравнение

$$\sqrt{3x^2 + 2ax + 1} = x^2 + ax + 1$$

имеет ровно три различных корня.

Решение. Исходное уравнение равносильно уравнению

$$3x^2 + 2ax + 1 = (x^2 + ax + 1)^2 \text{ при условии } x^2 + ax + 1 \geq 0.$$

Решим уравнение  $3x^2 + 2ax + 1 = (x^2 + ax + 1)^2$ :

$$3x^2 + 2ax + 1 = x^4 + 2ax^3 + (a^2 + 2)x^2 + 2ax + 1; \quad x^4 + 2ax^3 + (a^2 - 1)x^2 = 0;$$

$$x^2(x + a + 1)(x + a - 1) = 0, \text{ откуда } x = 0, \quad x = 1 - a \text{ или } x = -1 - a.$$

Исходное уравнение имеет три корня, когда эти числа различны и для каждого из них выполнено условие  $x^2 + ax + 1 \geq 0$ .

Рассмотрим условия совпадения корней. При  $a = 1$  имеем  $1 - a = 0$ . При  $a = -1$  имеем  $-1 - a = 0$ . При остальных значениях  $a$  числа  $0$ ,  $1 - a$ ,  $-1 - a$  различны.

При  $x = 0$  получаем:  $x^2 + ax + 1 = 1 \geq 0$  при всех значениях  $a$ .

При  $x = 1 - a$  получаем:  $x^2 + ax + 1 = (1 - a)^2 + a(1 - a) + 1 = 2 - a$ .

Это выражение неотрицательно при  $a \leq 2$ .

При  $x = -1 - a$  получаем:  $x^2 + ax + 1 = (-1 - a)^2 + a(-1 - a) + 1 = a + 2$ .

Это выражение неотрицательно при  $a \geq -2$ .

Таким образом, исходное уравнение имеет ровно три различных корня при  $-2 \leq a < -1$ ;  $-1 < a < 1$ ;  $1 < a \leq 2$ .

Ответ:  $-2 \leq a < -1$ ;  $-1 < a < 1$ ;  $1 < a \leq 2$ .

| Содержание критерия                                                                                                                                                                                                                   | Баллы |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------|
| Обоснованно получен верный ответ                                                                                                                                                                                                      | 4     |
| С помощью верного рассуждения получено множество значений $a$ , отличающееся от искомого только исключением точек $a = -2$ и/или $a = 2$                                                                                              | 3     |
| С помощью верного рассуждения получен промежуток $(-2; 2)$ множества значений $a$ , возможно, с включением граничных точек<br>ИЛИ<br>получен неверный ответ из-за вычислительной ошибки, но при этом верно выполнены все шаги решения | 2     |
| Получены корни уравнения $3x^2 + 2ax + 1 = (x^2 + ax + 1)^2$ : $x = 0$ , $x = 1 - a$ , $x = -1 - a$ и задача верно сведена к исследованию полученных корней при условии $x^2 + ax + 1 > 0$ ( $x^2 + ax + 1 \geq 0$ )                  | 1     |
| Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше                                                                                                                                                                   | 0     |
| Максимальный балл                                                                                                                                                                                                                     | 4     |

$$\sqrt{3x^2+2ax+1} = x^2+ax+1 \Leftrightarrow \sqrt{3\left(x^2+2\cdot\frac{a}{3}\cdot x+\frac{1}{3}\right)} = x^2+\frac{a}{2}\cdot x+1 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{3\left(x+\frac{a}{3}\right)^2+1-\frac{a^2}{3}} = \left(x+\frac{a}{2}\right)^2+1-\frac{a^2}{4} \quad \text{или } \sqrt{3\left(x+\frac{a}{3}\right)^2+1-\frac{a^2}{3}} = \sqrt{3\left(x+\frac{a}{2}\right)^2+1-\frac{a^2}{4}}$$

$$\Leftrightarrow \left(x+\frac{a}{3}\right)^2+1-\frac{a^2}{3} = \left(x+\frac{a}{2}\right)^2+1-\frac{a^2}{4} \Leftrightarrow x^2+ax+1 \geq 0$$

$$\Leftrightarrow 3x^2+2ax+1 = (x^2+ax+1)^2$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x^2+ax+1 \geq 0 \\ 3x^2+2ax+1 = x^2+2ax+1+x^2(2+a^2)+2ax+1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2+ax+1 \geq 0 \\ x^2(x^2+2ax+2+a^2-3) = 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x^2+ax+1 \geq 0 \\ x^2(x^2+2ax+a^2-1) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2+ax+1 \geq 0 \\ \begin{cases} x=0 \\ x^2+2ax+a^2-1=0 \end{cases} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=0 \\ x^2+2ax+a^2-1=0 \end{cases}$$

Для того чтобы система имела 3 различных решения, необходимо, чтобы

(1) имело 2 <sup>различных</sup> решения не равных 0 и удовлетворяющих (2), пусть  $g(x) = x^2+2ax+a^2-1$ ,  $f(x) = x^2+ax+1$ ;  $f'(x) = 2x+a \Rightarrow g(0) = 0 \Rightarrow a^2-1=0 \Rightarrow a=1$  или  $a=-1$  не подходит

Заметим, что (1)  $\Leftrightarrow x^2+2ax+a^2-1=0 \Leftrightarrow (x+a)^2-1=0 \Leftrightarrow (x+a-1)(x+a+1)=0 \Leftrightarrow$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x=1-a \\ x=-1-a \end{cases}; \text{ тогда } (*) \Leftrightarrow \begin{cases} x=0 \\ x^2+ax+1 \geq 0 \\ x=1-a \\ x=-1-a \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=0 \\ \begin{cases} 1-2a+a^2+a^2-1 \geq 0 \\ x=1-a \\ 1+2a+a^2-a^2-1 \geq 0 \end{cases} \\ x=-1-a \end{cases}$$

$\Leftrightarrow \begin{cases} x=0 \\ \begin{cases} a \in \mathbb{R} \end{cases} \end{cases}$  три различных решения системы имеет только (3)  $\begin{cases} a \geq -2 \\ x=1-a \end{cases}$  (3) и (4) имеют различные, не равные нулю решения; Значит, найдем, при каких  $a$  совпадают корни 3 и 4:

$$1-a = -1-a \Leftrightarrow 1=-1 \Rightarrow \text{таких } a \text{ не существует. (3) имеет реш. равное 0}$$

при  $a=-1$  - не подходит, (4) имеет реш. = 0 при  $a=1$  - не подходит.

(3) имеет реш. при  $a \geq -2$ ; (4) имеет реш. при  $a \leq 2 \Rightarrow$  (3) и (4) имеют различные реш., отлич. от 0 при  $a \in [-2; 2]$  и  $a \neq \pm 1$

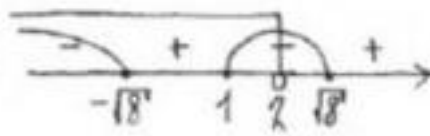
Ответ:  $a \in [-2; -1) \cup (-1; 1) \cup (1; 2]$

### Задание № 3

Решите неравенство  $x^2 \log_{625} (2-x) \geq \log_5 (x^2 - 4x + 4)$ .

Ответ:  $(-\infty; -2\sqrt{2}]; [1; 2)$ .

| Содержание критерия                                                                                                                                                                                                          | Баллы |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------|
| Обоснованно получен верный ответ                                                                                                                                                                                             | 2     |
| Обоснованно получен ответ, отличающийся от верного исключением точек 1 и / или $-2\sqrt{2}$ ,<br>ИЛИ<br>получен неверный ответ из-за вычислительной ошибки, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения | 1     |
| Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше                                                                                                                                                          | 0     |
| Максимальный балл                                                                                                                                                                                                            | 2     |

$$\begin{aligned}
 & x^2 \log_{625} (2-x) \geq \log_5 (x^2 - 4x + 4) \\
 & \frac{1}{4} x^2 \log_5 (2-x) \geq \log_5 (2-x)^2 \\
 & \frac{1}{4} x^2 \log_5 (2-x) \geq 2 \log_5 (2-x) \\
 & x^2 \log_5 (2-x) - 8 \log_5 (2-x) \geq 0 \\
 & \log_5 (2-x) \cdot (x^2 - 8) \geq 0 \\
 & \log_5 (2-x) \cdot (x - \sqrt{8})(x + \sqrt{8}) \geq 0 \\
 & \begin{cases} (2-x-1)(x-\sqrt{8})(x+\sqrt{8}) \geq 0 \\ 2-x > 0 \end{cases} \\
 & \begin{cases} (x-1)(x-\sqrt{8})(x+\sqrt{8}) \leq 0 \\ x < 2 \end{cases}
 \end{aligned}$$


$$x \in (-\infty; -\sqrt{8}] \cup [1; 2)$$

Ответ:  $x \in (-\infty; -\sqrt{8}] \cup [1; 2)$ .

**Критерии оценивания:** Соответствие ответа на вопрос эталону правильного ответа.

«Зачтено» выставляется слушателю, если оценки слушателя за выполнение заданий с развернутым ответом совпали с эталонными оценками не менее, чем на 75% по русскому языку, обществознанию, иностранным языкам, литературе; не менее, чем на 80% по биологии и истории; не менее, чем на 90% по физике, химии, географии; не менее, чем на 93% по математике по каждой оцененной работе.

«Не зачтено» выставляется слушателю, если оценки слушателя за выполнение заданий с развернутым ответом совпали с эталонными оценками менее, чем на 75% по русскому языку, обществознанию, иностранным языкам, литературе; менее, чем на 80% по биологии и истории; менее, чем на 90% по физике, химии, географии; менее, чем на 93% по математике по каждому критерию оценивания.

### **Итоговая аттестация**

**Форма:** Зачет.

**Описание:** Итоговая аттестация проводится по теме «Профессионально-педагогическая компетентность экспертов ЕГЭ (по предметам)» в виде практической работы по оцениванию работ участников ЕГЭ.

**Требования к выполнению:**

Каждому слушателю выдается комплект для итогового зачета (по предметам), включающий в себя образцы протоколов проверки ЕГЭ, образцы работ участников ЕГЭ с развернутым ответом (10 работ, взятых с диагностических работ, проводимых в 2023 году), критерии оценивания заданий с развернутым ответом.

**Измерительные материалы:**

*Примерные задания итоговых работ*

**Задание:** Прочитайте текст и оцените ответы обучающихся в соответствии с критериями оценивания. Результаты оценивания перенесите в протокол проверки. (Пример см. Приложение 1).

# Задание № 1

а) Решите уравнение

$$2\cos^2 x + 3\sin(-x) - 3 = 0.$$

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку  $\left[2\pi; \frac{7\pi}{2}\right]$ .

Решение.

а) Запишем исходное уравнение в виде:

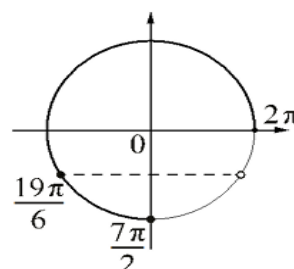
$$2 - 2\sin^2 x - 3\sin x - 3 = 0; 2\sin^2 x + 3\sin x + 1 = 0; (\sin x + 1)(2\sin x + 1) = 0.$$

Значит,  $\sin x = -1$ , откуда  $x = -\frac{\pi}{2} + 2\pi k$ ,  $k \in \mathbb{Z}$ , или  $\sin x = -\frac{1}{2}$ , откуда

$$x = -\frac{\pi}{6} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}, \text{ или } x = -\frac{5\pi}{6} + 2\pi m, m \in \mathbb{Z}.$$

б) С помощью числовой окружности отберём корни, принадлежащие отрезку  $\left[2\pi; \frac{7\pi}{2}\right]$ .

Получим числа:  $\frac{19\pi}{6}; \frac{7\pi}{2}$ .



Ответ: а)  $-\frac{\pi}{2} + 2\pi k$ ,  $k \in \mathbb{Z}$ ;  $-\frac{\pi}{6} + 2\pi n$ ,  $n \in \mathbb{Z}$ ;  $-\frac{5\pi}{6} + 2\pi m$ ,  $m \in \mathbb{Z}$ ;

б)  $\frac{19\pi}{6}; \frac{7\pi}{2}$ .

| Содержание критерия                                                                                                                                                                                             | Баллы |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------|
| Обоснованно получены верные ответы в обоих пунктах                                                                                                                                                              | 2     |
| Обоснованно получен верный ответ в пункте а<br>ИЛИ<br>получены неверные ответы из-за вычислительной ошибки, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения обоих пунктов: пункта а и пункта б | 1     |
| Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше                                                                                                                                             | 0     |
| Максимальный балл                                                                                                                                                                                               | 2     |

$$12) \text{ а) } 2 \cos^2 x + 3 \sin(-x) - 3 = 0$$

$$2(1 - \sin^2 x) - 3 \sin x - 3 = 0$$

$$2 - 2 \sin^2 x - 3 \sin x - 3 = 0 \quad | \cdot (-1)$$

$$2 \sin^2 x + 3 \sin x + 1 = 0$$

$$\text{Замена: } \sin x = t \quad -1 \leq t \leq 1$$

$$2t^2 + 3t + 1 = 0$$

$$D = 9 - 4 \cdot 2 = 1$$

$$t_{1/2} = \frac{-3 \pm 1}{4} = \begin{cases} t_1 = -1 \\ t_2 = -\frac{1}{2} \end{cases}$$

Обратная замена:

$$1) \sin x = -1 \quad \begin{array}{c} \text{---} \pi \\ \text{---} \end{array} \quad \begin{array}{c} \text{---} \pi \\ \text{---} \end{array}$$

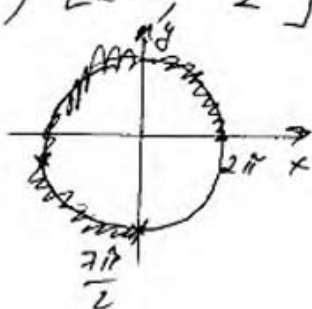
$$x = \frac{3\pi}{2} + 2\pi n, \quad n \in \mathbb{Z}$$

$$2) \sin x = -\frac{1}{2}$$

$$x = -\frac{\pi}{6} + 2\pi n, \quad n \in \mathbb{Z}$$

$$x = -\frac{5\pi}{6} + 2\pi n, \quad n \in \mathbb{Z}$$

$$\text{б) } \left[ 2\pi, \frac{7\pi}{2} \right]$$



$$x = \frac{3\pi}{2} + 2\pi n$$

$$n=1; x = \frac{3\pi}{2} + 2\pi = \frac{7\pi}{2}$$

$$x = -\frac{\pi}{6} + 2\pi n \notin \left[ 2\pi, \frac{7\pi}{2} \right]$$

$$x = -\frac{5\pi}{6} + 2\pi n$$

$$n=2; x = \frac{19\pi}{6}$$

$$\text{Ответ: а) } \frac{3\pi}{2} + 2\pi n; -\frac{\pi}{6} + 2\pi n; -\frac{5\pi}{6} + 2\pi n; n \in \mathbb{Z}. \text{ б) } \frac{19\pi}{6}; \frac{7\pi}{2}.$$

## Задание № 2

В правильной треугольной призме  $ABCA_1B_1C_1$  сторона  $AB$  основания равна 6, а боковое ребро  $AA_1$  равно 3. На рёбрах  $AB$  и  $B_1C_1$  отмечены точки  $K$  и  $L$  соответственно, причём  $AK = B_1L = 2$ . Точка  $M$  – середина ребра  $A_1C_1$ . Плоскость  $\gamma$  параллельна прямой  $AC$  и содержит точки  $K$  и  $L$ .

а) Докажите, что прямая  $BM$  перпендикулярна плоскости  $\gamma$ .

б) Найдите объём пирамиды, вершина которой – точка  $M$ , а основание – сечение данной призмы плоскостью  $\gamma$ .

Решение.

а) Проведём через точки  $K$  и  $L$  прямые, параллельные  $AC$ . Пусть эти прямые пересекают рёбра  $BC$  и  $A_1B_1$  в точках  $K_1$  и  $L_1$  соответственно (рис. 1). Тогда трапеция  $KL_1LK_1$  является сечением исходной призмы плоскостью  $\gamma$ . Рассмотрим плоскость  $BB_1M$ . Пусть эта плоскость пересекает прямые  $AC$ ,  $KK_1$  и  $LL_1$  в точках  $N$ ,  $E$  и  $F$  соответственно. Четырёхугольник  $BB_1MN$  – прямоугольник,

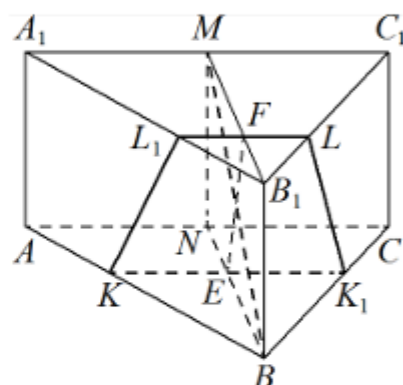


Рис. 1

причём  $BB_1 = 3$ ,  $B_1M = \frac{\sqrt{3}}{2}$ ,  $A_1B_1 = 3\sqrt{3}$ .

Кроме того,  $NE:EB = AK:KB = 1:2$ ,  $B_1F:FM = B_1L:LC_1 = 1:2$ , откуда  $MF = 2\sqrt{3}$ ,  $NE = \sqrt{3}$ . Пусть  $EH$  – высота трапеции  $EFMN$  (рис. 2), тогда  $FH = MF - NE = \sqrt{3}$ .

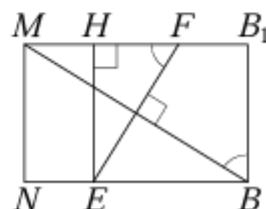


Рис. 2

Поскольку  $\operatorname{tg} \angle MFE = \frac{EH}{FH} = \sqrt{3} = \frac{MB_1}{BB_1} = \operatorname{tg} \angle MBB_1$ ,

$\angle MFE = \angle MBB_1 = 90^\circ - \angle BMF$ ,

то есть прямые  $EF$  и  $BM$  перпендикулярны.

Прямая  $KK_1$  параллельна прямой  $AC$ , которая перпендикулярна плоскости  $BB_1M$ . Значит, прямые  $KK_1$  и  $EF$  перпендикулярны прямой  $BM$ , поэтому прямая  $BM$  перпендикулярна плоскости  $\gamma$ .

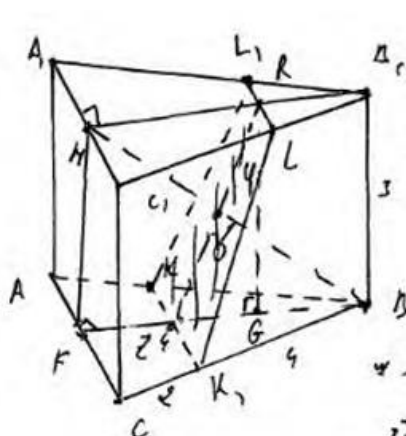
б) Расстояние от точки  $M$  до плоскости  $\gamma$  равно  $MF \cdot \sin \angle MFE$ , а площадь трапеции  $KL_1LK_1$  равна

$$\frac{KK_1 + LL_1}{2} \cdot EF = \frac{\frac{2}{3}AC + \frac{1}{3}A_1C_1}{2} \cdot \frac{EH}{\sin \angle MFE} = \frac{9}{\sin \angle MFE}.$$

Значит, искомый объём равен  $\frac{1}{3} \cdot MF \cdot \sin \angle MFE \cdot \frac{9}{\sin \angle MFE} = 6\sqrt{3}$ .

Ответ: б)  $6\sqrt{3}$ .

| Содержание критерия                                                                                                                                                                                                                                                                       | Баллы    |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------|
| Имеется верное доказательство утверждения пункта $a$ и обоснованно получен верный ответ в пункте $b$                                                                                                                                                                                      | 3        |
| Обоснованно получен верный ответ в пункте $b$<br>ИЛИ<br>имеется верное доказательство утверждения пункта $a$ и при обоснованном решении пункта $b$ получен неверный ответ из-за арифметической ошибки                                                                                     | 2        |
| Имеется верное доказательство утверждения пункта $a$ ,<br>ИЛИ<br>при обоснованном решении пункта $b$ получен неверный ответ из-за арифметической ошибки,<br>ИЛИ<br>обоснованно получен верный ответ в пункте $b$ с использованием утверждения пункта $a$ , при этом пункт $a$ не выполнен | 1        |
| Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше                                                                                                                                                                                                                       | 0        |
| <i>Максимальный балл</i>                                                                                                                                                                                                                                                                  | <i>3</i> |



Решение.

$$BF = \sqrt{BC^2 - FC^2} = \sqrt{36 - 9} = \sqrt{27} = 3\sqrt{3}$$

$$BM = \sqrt{BF^2 + FM^2} = \sqrt{27 + 9} = \sqrt{36} = 6$$

$$BF \perp AC \text{ так как } BF \perp AC \text{ и } BF \perp AA_1$$

$$BF \perp \text{плоскости } AC \text{ и } AA_1$$

$$BF \perp \text{плоскости } K'L$$

или

$ABCA, B, C_1$  - прав. трехгр. приз.

$AA_1 = 3, AB = 6, AK = 2,$

$B, L = 2, A, M = MC_1 = 3.$

$\varphi$  - плоскость  $\parallel AC$  и

перпендикулярна  $K'L$ .

а) Докажем  $BM \perp \varphi$

б)  $V = AKK, LL,$

$RG \parallel BF \text{ и } RE = BF = 3\sqrt{3}$   $ZE = FB - (FE + GB) = 3\sqrt{3} - (\sqrt{3} + \sqrt{3}) = \sqrt{3}$

$RG = 3\sqrt{3} - (\sqrt{3} + \sqrt{3}) = \sqrt{3}$   $RZ = \sqrt{RG^2 + ZE^2} = \sqrt{3 + 3} = \sqrt{6} = 2\sqrt{3}$

$\triangle BFM \sim \triangle BOZ$  по  $\angle BFM = \angle BOZ$  и  $\angle BFM = \angle BOZ$

$\triangle EOB = \triangle MOR$  т.к.  $\angle MOR = \angle EOB$  (т.к. они вертикальные),

$EO = MR = 2\sqrt{3}$ ,  $\angle ZBM = \angle OMR$  т.к. это вкр. углы. или еще

по 2-му кр. и пр.  $B, M$  и  $F, B$ .  $\angle RO = OE$

по второму кр. углов.  $EB = \sqrt{EO^2 + ZO^2} = 2\sqrt{3} = \sqrt{3 + 3}$   $2\sqrt{3} = \sqrt{6}$   $2\sqrt{3}$

или  $\triangle BEO$  - прямоугольн.  $\angle BO \perp ZE$ . или  $BO \perp \varphi$  или  $BM \perp \varphi$ .

$V = \frac{1}{3} MO \cdot S_{KK, LL} = \frac{1}{3} 2\sqrt{3} \cdot 3 \cdot ((KK, LL) \cdot RZ) = 1 \cdot ((2+4) \cdot 2\sqrt{3}) = 12\sqrt{3}$

$= 1 \cdot 3 \cdot 2\sqrt{3} = 6\sqrt{3}$

или  $12\sqrt{3}$ .

Ответ:  $6\sqrt{3}$ .

### Задание № 3

Решите неравенство  $\frac{\log_4(64x)}{\log_4 x - 3} + \frac{\log_4 x - 3}{\log_4(64x)} \geq \frac{\log_4 x^4 + 16}{\log_4^2 x - 9}$ .

Решение.

Пусть  $t = \log_4 x$ , тогда неравенство примет вид:

$$\frac{t+3}{t-3} + \frac{t-3}{t+3} \geq \frac{4t+16}{t^2-9}; \quad \frac{t^2+6t+9}{(t-3)(t+3)} + \frac{t^2-6t+9}{(t-3)(t+3)} - \frac{4t+16}{(t-3)(t+3)} \geq 0;$$

$$\frac{2t^2-4t+2}{(t-3)(t+3)} \geq 0; \quad \frac{2(t-1)^2}{(t-3)(t+3)} \geq 0, \text{ откуда } t < -3; t = 1; t > 3.$$

При  $t < -3$  получим:  $\log_4 x < -3$ , откуда  $0 < x < \frac{1}{64}$ .

При  $t = 1$  получим:  $\log_4 x = 1$ , откуда  $x = 4$ .

При  $t > 3$  получим:  $\log_4 x > 3$ , откуда  $x > 64$ .

Решение исходного неравенства:  $0 < x < \frac{1}{64}$ ;  $x = 4$ ;  $x > 64$ .

Ответ:  $\left(0; \frac{1}{64}\right)$ ; 4;  $(64; +\infty)$ .

| Содержание критерия                                                                                                                                                                                    | Баллы    |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------|
| Обоснованно получен верный ответ                                                                                                                                                                       | 2        |
| Обоснованно получен ответ, отличающийся от верного исключением точки 4,<br>ИЛИ<br>получен неверный ответ из-за вычислительной ошибки, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения | 1        |
| Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше                                                                                                                                    | 0        |
| <i>Максимальный балл</i>                                                                                                                                                                               | <i>2</i> |

$$\frac{\log_4(64x)}{\log_4 x - 3} + \frac{\log_4 x - 3}{\log_4(64x)} \geq \frac{\log_4 x^4 - 16}{\log_4^2 x - 9}$$

DD3.  $x > 0$ ,  $x \in (0; +\infty)$

$$\frac{\log_4 64 + \log_4 x}{\log_4 x - 3} + \frac{\log_4 x - 3}{\log_4 64 + \log_4 x} - \frac{4 \log_4 x - 16}{\log_4^2 x - 9} \geq 0$$

$$\frac{3 + \log_4 x}{\log_4 x - 3} + \frac{\log_4 x - 3}{3 + \log_4 x} - \frac{4 \log_4 x - 16}{\log_4^2 x - 9} \geq 0$$

byems  $\log_4 x = t$ , moiga

$$\frac{3+t}{t-3} + \frac{t-3}{3+t} - \frac{4t-16}{t^2-9} \geq 0$$

$$\frac{(t+3)(t+3) + (t-3)(t-3)}{(t-3)(t+3)} - \frac{4t-16}{(t-3)(t+3)} \geq 0$$

$$\frac{t^2+3t+3t+9+t^2-3t-3t+9-4t-16}{(t-3)(t+3)} \geq 0$$

$$\frac{2t^2-4t+2}{(t-3)(t+3)} \geq 0$$

$$\frac{2(t-1)^2}{(t-3)(t+3)} \geq 0$$



$$\log_4 x < -3$$

$$x < \frac{1}{64}$$

$$\log_4 x = 1$$

$$x = 4$$

$$\log_4 x > 3$$

$$x > 64$$

Answer:  $x \in (-\infty; \frac{1}{64}) \cup \{4\} \cup (64; +\infty)$

#### Задание № 4

В июле 2026 года планируется взять кредит на три года в размере 800 тыс. рублей. Условия его возврата таковы:

— каждый январь долг будет возрастать на 20 % по сравнению с концом предыдущего года;

— с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить одним платежом часть долга;

— платежи в 2027 и 2028 годах должны быть равными;

— к июлю 2029 года долг должен быть выплачен полностью.

Известно, что сумма всех платежей после полного погашения кредита будет равна 1254,4 тыс. рублей. Сколько рублей составит платёж 2027 года?

Решение.

Пусть платежи в 2027 и 2028 годах составят по  $x$  тыс. рублей.

В январе 2027 года долг (в тыс. рублей) будет равен 960, а в июле равен  $960 - x$ . В январе 2028 года долг будет равен  $1152 - 1,2x$ , а в июле равен  $1152 - 2,2x$ . В январе 2029 года долг будет равен  $1382,4 - 2,64x$ .

По условию, к июлю 2029 года долг должен быть выплачен полностью, значит, платёж в 2029 году должен быть равен  $(1382,4 - 2,64x)$  тыс. рублей,

а сумма всех платежей будет составлять  $(1382,4 - 0,64x)$  тыс. рублей.

Получаем:

$$1382,4 - 0,64x = 1254,4; 0,64x = 128,$$

откуда  $x = 200$ .

Платёж в 2027 году должен быть равен 200 тыс. рублей.

Ответ: 200 тыс. рублей.

| Содержание критерия                                                 | Баллы |
|---------------------------------------------------------------------|-------|
| Обоснованно получен верный ответ                                    | 2     |
| Верно построена математическая модель                               | 1     |
| Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше | 0     |
| Максимальный балл                                                   | 2     |

15. Пусть  $S = 800$  тыс руб - сумма кредита, процент  $p = 20$ ,  
 платежи 2027 и 2028 по  $x$  тыс руб каждый,  $y$  - платеж 2029г  
 Каждый январь долг возрастает в  $1 + \frac{p}{100} = 1,2$  раза

Тогда получим систему уравнений:

$$\begin{cases} ((S \cdot 1,2 - x) \cdot 1,2 - x) \cdot 1,2 - y = 0 \\ 2x + y = 1254,4 \end{cases}$$

$$1,728S - 2,64x - y = 0$$

$$y = 1,728S - 2,64x$$

$$2x + 1,728S - 2,64x = 1254,4$$

Ответ: 100 тыс. руб.

$$0,64x = 1,728S - 1254,4$$

$$0,64x = 128$$

$$64x = 12800$$

$$x = 100$$

# Задание № 5

В трапеции  $ABCD$  боковая сторона  $AB$  перпендикулярна основаниям. Из точки  $A$  на сторону  $CD$  опустили перпендикуляр  $AH$ . На стороне  $AB$  отмечена точка  $E$  так, что прямые  $CD$  и  $CE$  перпендикулярны.

а) Докажите, что прямые  $BH$  и  $ED$  параллельны.

б) Найдите отношение  $BH$  к  $ED$ , если  $\angle BCD = 120^\circ$ .

Решение.

а) Поскольку

$$\angle ABC = \angle AHC = \angle ECD = \angle EAD = 90^\circ,$$

около четырёхугольников  $ABCH$  и  $AECD$  можно описать окружности (рис. 1).

Значит,

$$\angle ABH = \angle ACH = \angle ACD = \angle AED,$$

то есть прямые  $BH$  и  $ED$  параллельны.

б) Опустим из точки  $B$  перпендикуляр  $BK$  на прямую  $CD$  (рис. 2). Стороны  $KH$  и  $CD$  треугольников  $BKH$  и  $ECD$  лежат на одной прямой, а стороны  $BK$  и  $EC$ ,  $BH$  и  $ED$  попарно параллельны. Значит, треугольники  $BKH$  и  $ECD$  подобны.

Поскольку

$$\begin{aligned} BK &= BC \cdot \sin \angle BCK = EC \cdot \cos \angle ECB \cdot \sin \angle BCK = \\ &= EC \cdot \cos 30^\circ \cdot \sin 60^\circ = \frac{3}{4} EC, \end{aligned}$$

коэффициент подобия равен  $\frac{3}{4}$ . Значит,

$$BH : ED = 3 : 4.$$

Ответ: б) 3:4.

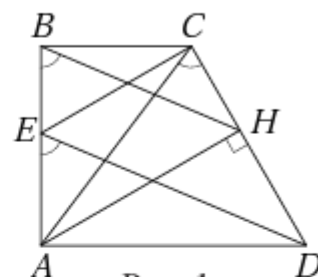


Рис. 1

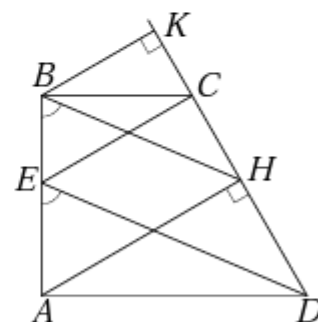
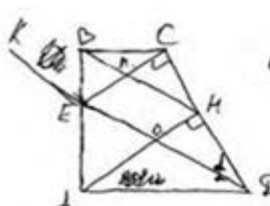
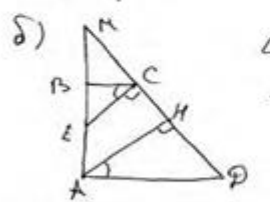


Рис. 2

| Содержание критерия                                                                                                                                                                                                                                                                       | Баллы    |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------|
| Имеется верное доказательство утверждения пункта $a$ и обоснованно получен верный ответ в пункте $b$                                                                                                                                                                                      | 3        |
| Обоснованно получен верный ответ в пункте $b$<br>ИЛИ<br>имеется верное доказательство утверждения пункта $a$ и при обоснованном решении пункта $b$ получен неверный ответ из-за арифметической ошибки                                                                                     | 2        |
| Имеется верное доказательство утверждения пункта $a$ ,<br>ИЛИ<br>при обоснованном решении пункта $b$ получен неверный ответ из-за арифметической ошибки,<br>ИЛИ<br>обоснованно получен верный ответ в пункте $b$ с использованием утверждения пункта $a$ , при этом пункт $a$ не выполнен | 1        |
| Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше                                                                                                                                                                                                                       | 0        |
| <i>Максимальный балл</i>                                                                                                                                                                                                                                                                  | <i>3</i> |

а) 
  
 $\angle HOD = \alpha$ ;  $\angle AOE = 90^\circ - \alpha$  ( $\angle AOE = \angle HOD$  как верш.)  
 $\angle EOH + \angle HOD = 180^\circ \Rightarrow \angle EOH = 90^\circ + \alpha$   
 $\angle ECF = \angle MEO$  (как Н.И.У) при  $CE \parallel AH$  и секущей  $EO$   $\Rightarrow$   
 $\Rightarrow \angle MEO = 90^\circ - \alpha$   $\angle EMH = 180^\circ - \angle MEO = 90^\circ + \alpha$   
 $\angle MHC = \angle MNC$  (как соотв.)  $\Rightarrow \angle EMH = \angle MNC = 90^\circ + \alpha$   
 $\Rightarrow \angle MHN = 360^\circ - (90^\circ + \alpha) - (90^\circ + \alpha) - (90^\circ - \alpha) = 90^\circ - \alpha$   
 $\angle CMH = 180^\circ - \angle MNC = 90^\circ - \alpha$   
 $\angle CMH = \angle MHN \Rightarrow \angle MHC = \angle EOH \Rightarrow EC \parallel AH$   
 (из равенств соотв. углов) ч.т.р

б) 
  
 $\angle BCD = 120^\circ$   
 $\angle ECD = 90^\circ \Rightarrow \angle BCE = 30^\circ$   
 $\angle BCF = \angle BCD - \angle ECD = 30^\circ$   
 $\angle BCF = \angle HAD$   
 т.к.  $CE \parallel AB$  и  $BC \parallel AD$  (аналог Н.И.У)  $\Rightarrow \angle HAD = 30^\circ \Rightarrow HD = \frac{1}{2} AD$   
 $\angle ADH = 60^\circ \Rightarrow \angle MHD = 30^\circ \Rightarrow HD = \frac{1}{2} MD$   
 $MD = 2 HD = MH + HD = MH + 0.5 AD \Rightarrow$   
 $\Rightarrow MH = 1.5 AD$   $\Delta MBH \sim \Delta MED$  (по 2 углам)  $\Rightarrow$   
 $\Rightarrow \frac{BH}{ED} = \frac{MH}{MD} = \frac{1.5}{2} = \frac{3}{4}$   
 Ответ:  $\frac{3}{4}$

### Критерии оценивания:

Оценка качества освоения программы слушателями производится по следующим критериям:

«зачтено» выставляется слушателю, если оценки слушателя за выполнение заданий с развернутым ответом совпали с эталонными оценками не менее, чем на 75% по русскому языку, обществознанию, иностранным языкам, литературе; не менее, чем на 80% по биологии и истории; не менее, чем на 90% по физике, химии, географии; не менее, чем на 93% по математике по каждой оцененной работе.

«не зачтено» выставляется слушателю, если оценки слушателя за выполнение заданий с развернутым ответом совпали с эталонными оценками менее, чем на 75% по русскому языку, обществознанию, иностранным языкам, литературе; менее, чем на 80% по биологии и истории; менее, чем на 90% по физике, химии, географии; менее, чем на 93% по математике по каждому критерию оценивания.

## **Раздел 4. Организационно-педагогические условия**

### **4.1. Организационно-методическое и информационное обеспечение**

#### **Нормативные документы:**

1. Федеральный закон «Об образовании в Российской Федерации» № 273-ФЗ от 29 декабря 2012 года с изменениями.
2. Порядок проведения государственной итоговой аттестации по образовательным программам среднего общего образования (Приказ Минпросвещения России, Рособрнадзора №233/552 от 04.04.2023, зарегистрирован Минюстом 15 мая 2023 года. Рег. № 73314).
3. Приказ Минобрнауки России № 1274 от 17.12.2013 г. «Об утверждении Порядка разработки, использования и хранения контрольных измерительных материалов при проведении государственной итоговой аттестации по образовательным программам основного общего образования и порядка разработки, использования и хранения контрольных измерительных материалов при проведении государственной итоговой аттестации по образовательным программам среднего общего образования».
4. Методические документы, рекомендуемые к использованию при организации и проведении государственной итоговой аттестации по образовательным программам основного общего образования (ГИА-9) и среднего общего образования (ГИА-11) в предыдущем учебном году (направлены письмом Рособрнадзора).
5. Методические материалы для председателей и членов предметных комиссий субъектов Российской Федерации по проверке выполнения заданий с развернутым ответом экзаменационных работ ЕГЭ (<https://fipi.ru/ege/dlya-predmetnyh-komissiy-subektov-rf>).
6. Методические рекомендации для учителей, подготовленные на основе анализа типичных ошибок участников ЕГЭ предыдущего года (<https://fipi.ru/ege/analiticheskie-i-metodicheskie-materialy>).
7. Анализ результатов ГИА выпускников предыдущего года ОО Томской области в форме ЕГЭ (<http://www.coko.tomsk.ru/index.php/contents/page/15>).
8. Приказ Департамента общего образования Томской области от 22 апреля 2016 года № 20 «Об утверждении положения о предметных комиссиях Томской области при проведении государственной аттестации по образовательным программам среднего общего образования»
9. Демонстрационный вариант контрольных измерительных материалов единого государственного экзамена текущего года (по предметам)
10. Спецификация контрольных измерительных материалов для проведения в текущем году единого государственного экзамена (по предметам)
11. Кодификатор элементов содержания и требований к уровню подготовки выпускников образовательных организаций для проведения единого государственного экзамена в текущем году (по предметам)

12. Кодификатор требований к уровню подготовки выпускников образовательных организаций для проведения единого государственного экзамена (по предметам)

13. Приказ Министерства труда и социальной защиты Российской Федерации от 18.10.2013 №544н «Об утверждении профессионального стандарта "Педагог (педагогическая деятельность в сфере дошкольного, начального общего, основного общего, среднего общего образования) (воспитатель, учитель)"»

#### **Литература:**

1. Кравцов С.С., Музаев А.А., Каверина А.А., Единый государственный экзамен в контексте объективности оценки качества образования // Педагогические измерения. – 2018. – № 2. – С. 8-12,
2. Научно-методический журнал ФГБНУ «ФИПИ» «Педагогические измерения» №4, 2022. 183 с. URL: <https://fipi.ru/zhurnal-fipi> – Текст электронный,
3. Решетникова О.А. О новых экзаменационных моделях ОГЭ // Школьные технологии. – 2018 – №3 – С. 33-38.

#### **Электронные обучающие материалы:**

1. ФГБНУ «Федеральный институт педагогических измерений» (<https://fipi.ru/>),
2. Федеральная служба по надзору в сфере образования и науки (<http://www.obrnadzor.gov.ru/>),
3. Центр мониторинга и оценки качества (<http://www.coko.tomsk.ru/>),
4. Интернет-система дистанционной подготовки экспертов «Эксперт ЕГЭ» (<http://expert.fipi.ru/exp/>)

### **4.2 Материально-технические условия реализации программы**

Для занятий необходима учебная аудитория с компьютером с выходом в Интернет, проектором, экраном, доской, колонками.

Каждому из слушателей выдается комплект, включающий в себя образцы протоколов проверки ЕГЭ, образцы работ участников ЕГЭ (образцы работ, взятых с диагностических работ, проводимых в текущем году), критерии для оценивания заданий с развернутым ответом.

### **4.3 Кадровое обеспечение программы**

Ведущие эксперты предметных комиссий ЕГЭ Томской области (председатели и заместители председателей).