ДЕПАРТАМЕНТ ОБРАЗОВАНИЯ ТОМСКОЙ ОБЛАСТИ

ОБРАЗОВАНИЕ НАЦИОНАЛЬНЫЕ ПРОЕКТЫ РОССИИ

2024 ГОД СЕМЬИ

Разговоры о важном: о проблемах математического образования

Пушкарева Татьяна Григорьевна,
МАОУ Сибирский лицей г. Томска

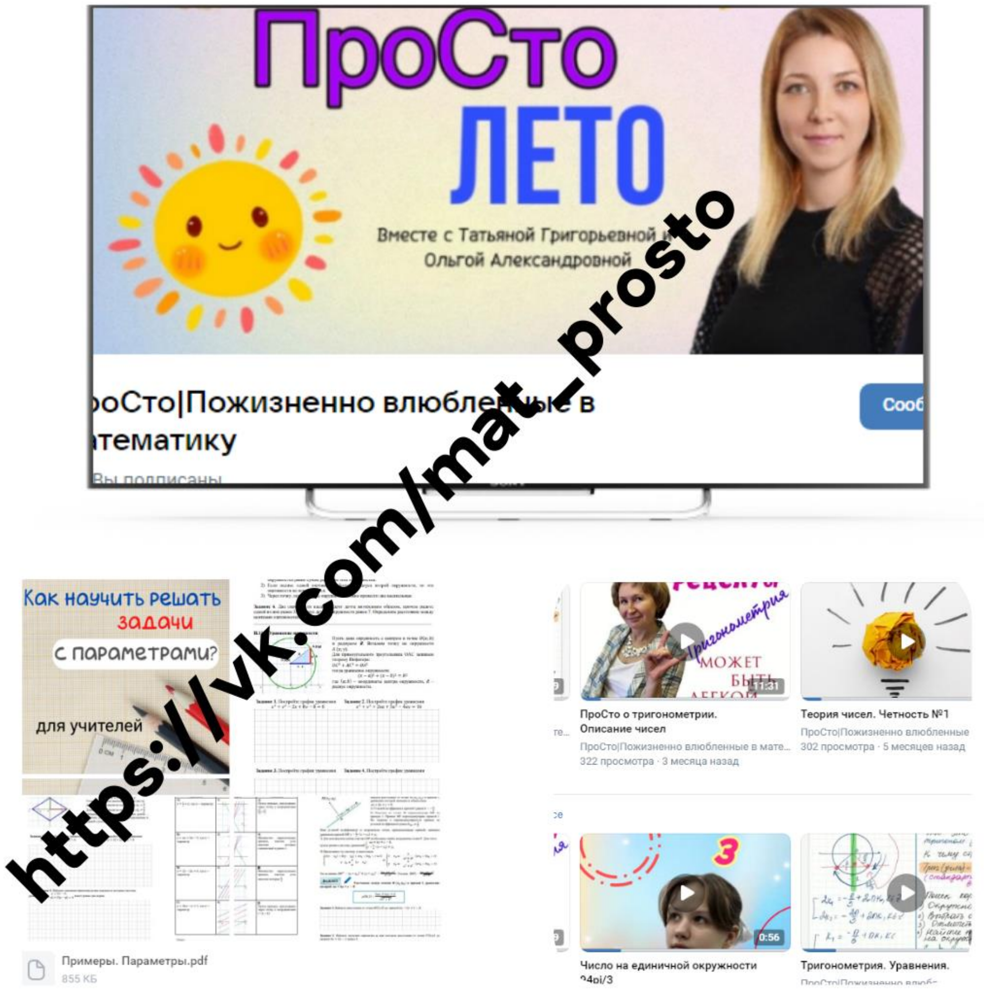
Тезис 1

Многое зависит от личности учителя

Тезис 2

Новая реальность

Тезис 2



Наша
цифра

<u>Мат ериалы</u>

-Видео разборы

-Дидактические материалы для учителей

-Вебинары

-Материалы для подготовки к ЕГЭ и ОГЭ

-Просто решаем

-Статейки

Тезис 3

Мышление

-НАГЛЯДНО-ДЕЙСТВЕННОЕ;

- НАГЛЯДНО-ОБРАЗНОЕ;

-СЛОВЕСНО-ЛОГИЧЕСКОЕ;

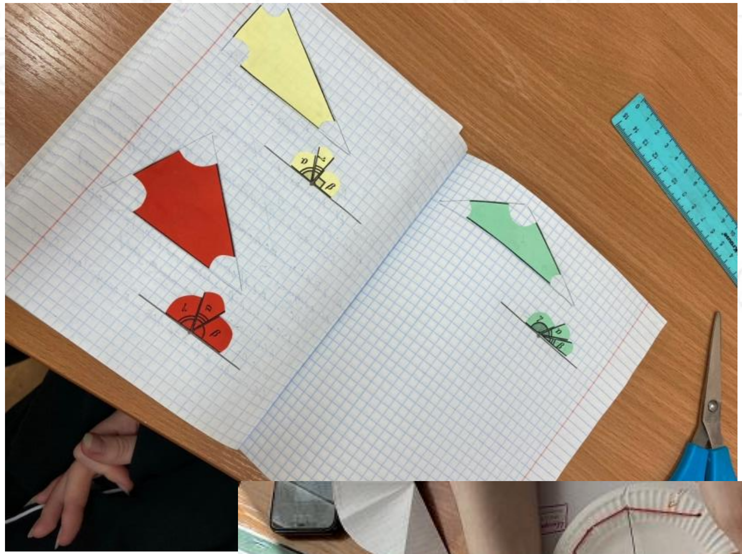
Дети

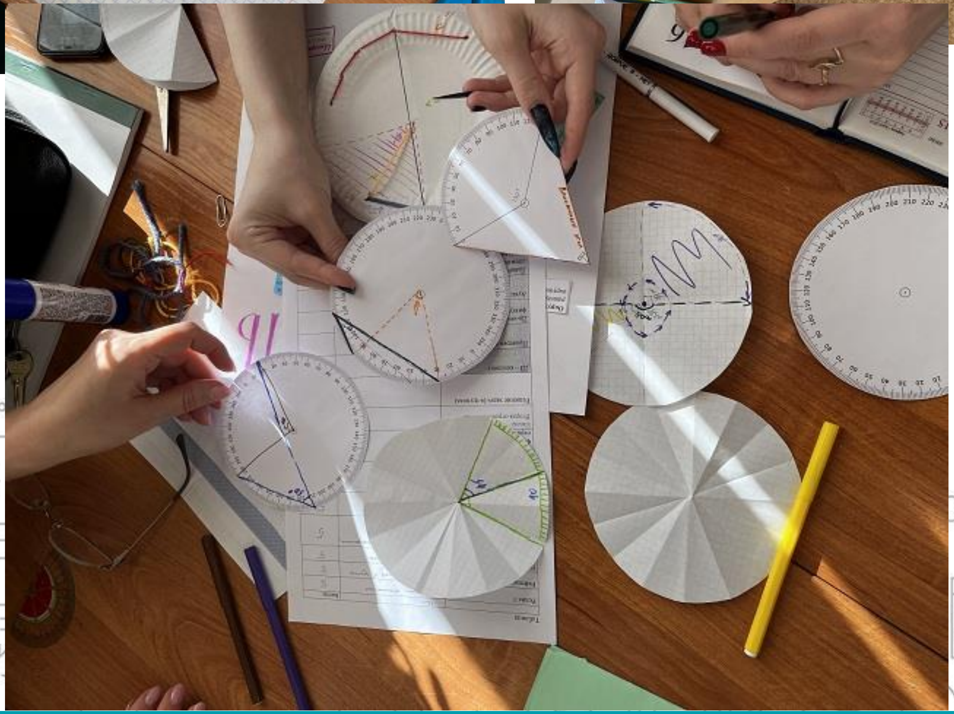
как

дети…

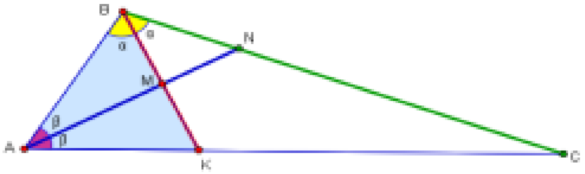
Время другое

АВГУСТ PRO
МАТРИЦА ПЕДАГОГИЧЕСКИХ ИЗМЕНЕНИЙ

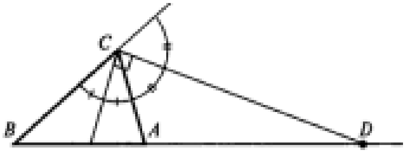




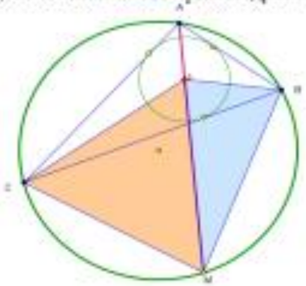
Свойство 6. *Каждая биссектриса треугольника делится точкой пересечения биссектрис в отношении суммы прилежащих сторон к противолежащей, считая от вершины.*



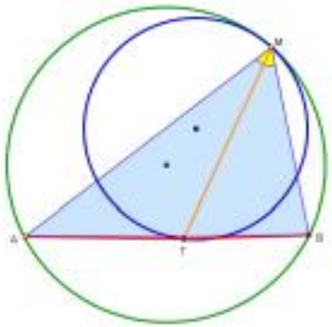
Свойство 7. *Если биссектриса внешнего угла треугольника пересекает продолжение противолежащей стороны, то* $\frac{BD}{AD} = \frac{BC}{AC}$



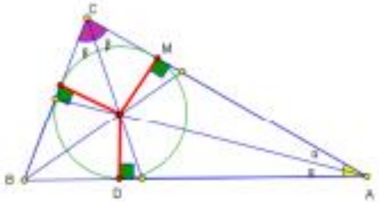
Задача 2. Теорема о трилистнике. Продолжение биссектрисы AD треугольника ABC пересекает описанную окружность в точке M. Пусть I – центр окружности, вписанной в треугольник ABC. Докажите, что Δ MBI и Δ MCI – равнобедренные.



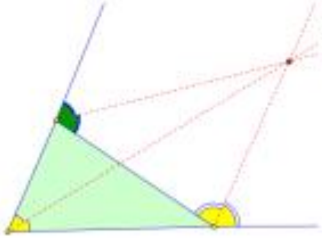
Задача 3. Лемма Архимеда. Две окружности касаются внутренним образом в точке *M*. Пусть *AB* - хорда большей окружности, касающаяся меньшей окружности в точке *T*. Докажите, что *MT* — биссектриса угла *AMB*.



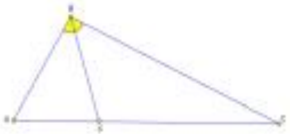
Свойство 3. *Биссектрисы треугольника пересекаются в одной точке (инцентр окружности), которая является центром окружности, вписанной в этот треугольник.*



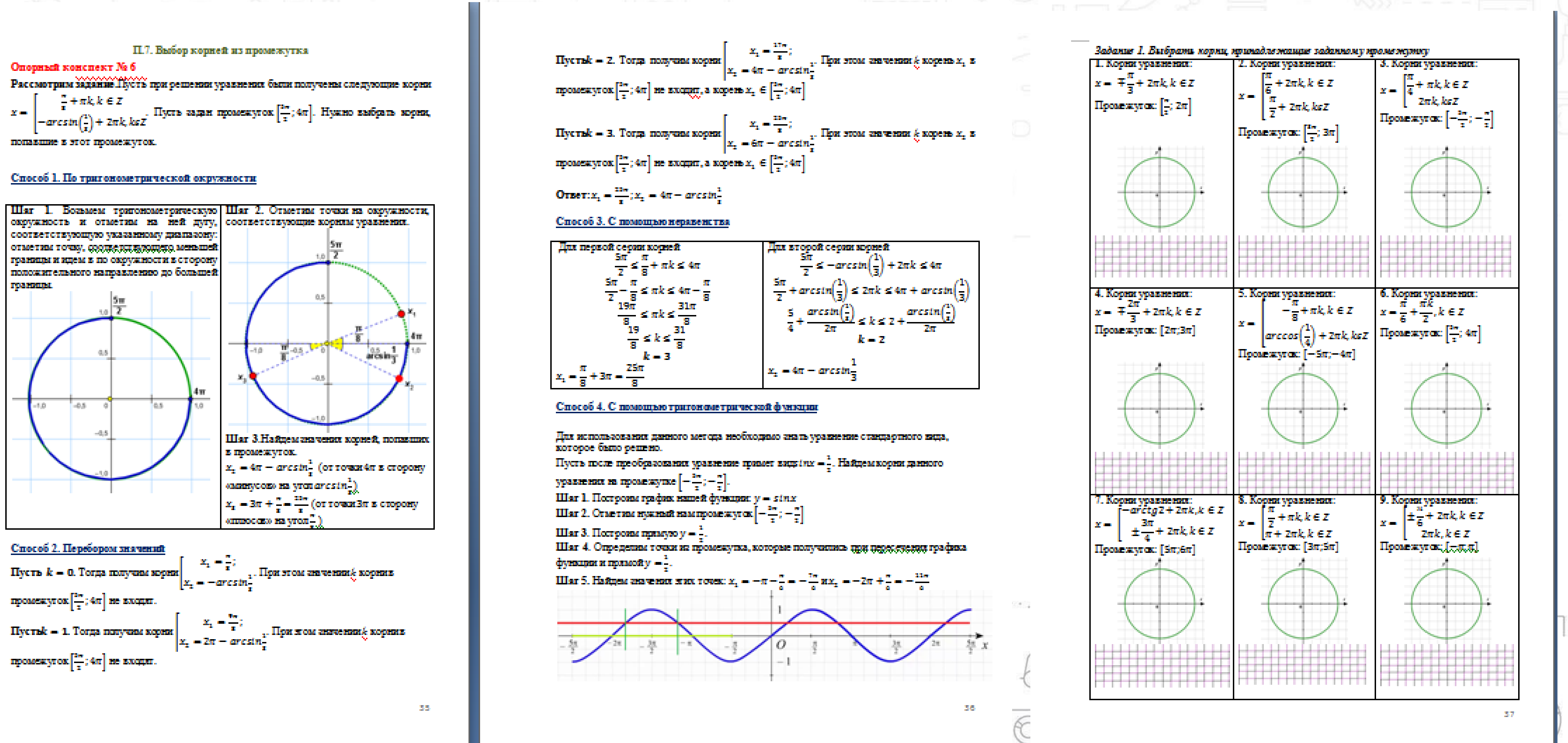
Свойство 4. *Биссектрисы двух внешних углов треугольника и третьего внутреннего, не смежного с ними, пересекаются в одной точке.*



Свойство 5. *Биссектриса делит противоположную сторону на части, пропорциональные прилегающим сторонам.*



Рабочая тетрадь по ПЛАНИМЕТРИИ для умников



II.7. Выбор корней из промежутка

Опорный конспект № 6

Рассмотрим задание. Пусть при решении уравнения были получены следующие корни $x = \left[\begin{array}{l} \frac{\pi}{8} + \pi k, k \in Z \\ -\arcsin\left(\frac{1}{3}\right) + 2\pi k, k \in Z \end{array}\right.$. Пусть задан промежуток $\left[\frac{5\pi}{2}; 4\pi\right]$. Нужно выбрать корни, попавшие в этот промежуток.

Способ 1. По тригонометрической окружности

Шаг 1. Возьмем тригонометрическую окружность и отметим на ней дугу, соответствующую указанному диапазону: отметим точку, соответствующую меньшей границы и идем в по окружности в сторону положительного направлению до большей границы.

Шаг 2. Отметим точки на окружности, соответствующие корням уравнения.

Шаг 3. Найдем значения корней, попавших в промежуток.

$x_2 = 4\pi - \arcsin\frac{1}{3}$ (от точки 4π в сторону «минусов» на угол $\arcsin\frac{1}{3}$)

$x_1 = 3\pi + \frac{\pi}{8} = \frac{25\pi}{8}$ (от точки 3π в сторону «плюсов» на угол $\frac{\pi}{8}$)

Способ 2. Перебором значений

Пусть $k = 0$. Тогда получим корни $\left[\begin{array}{l} x_1 = \frac{\pi}{8}; \\ x_2 = -\arcsin\frac{1}{3} \end{array}\right.$. При этом значении k корни в промежуток $\left[\frac{5\pi}{2}; 4\pi\right]$ не входят.

Пусть $k = 1$. Тогда получим корни $\left[\begin{array}{l} x_1 = \frac{9\pi}{8}; \\ x_2 = 2\pi - \arcsin\frac{1}{3} \end{array}\right.$. При этом значении k корни в промежуток $\left[\frac{5\pi}{2}; 4\pi\right]$ не входят.

Пусть $k = 2$. Тогда получим корни $\left[\begin{array}{l} x_1 = \frac{17\pi}{8}; \\ x_2 = 4\pi - \arcsin\frac{1}{3} \end{array}\right.$. При этом значении k корень x_1 в промежуток $\left[\frac{5\pi}{2}; 4\pi\right]$ не входит, а корень $x_2 \in \left[\frac{5\pi}{2}; 4\pi\right]$

Пусть $k = 3$. Тогда получим корни $\left[\begin{array}{l} x_1 = \frac{25\pi}{8}; \\ x_2 = 6\pi - \arcsin\frac{1}{3} \end{array}\right.$. При этом значении k корень x_2 в промежуток $\left[\frac{5\pi}{2}; 4\pi\right]$ не входит, а корень $x_1 \in \left[\frac{5\pi}{2}; 4\pi\right]$

Ответ: $x_1 = \frac{25\pi}{8}; x_2 = 4\pi - \arcsin\frac{1}{3}$

Способ 3. С помощью неравенства

Для первой серии корней	Для второй серии корней
$\frac{5\pi}{2} \le \frac{\pi}{8} + \pi k \le 4\pi$ $\frac{5\pi}{2} - \frac{\pi}{8} \le \pi k \le 4\pi - \frac{\pi}{8}$ $\frac{19\pi}{8} \le \pi k \le \frac{31\pi}{8}$ $\frac{19}{8} \le k \le \frac{31}{8}$ $k = 3$ $x_1 = \frac{\pi}{8} + 3\pi = \frac{25\pi}{8}$	$\frac{5\pi}{2} \le -\arcsin\left(\frac{1}{3}\right) + 2\pi k \le 4\pi$ $\frac{5\pi}{2} + \arcsin\left(\frac{1}{3}\right) \le 2\pi k \le 4\pi + \arcsin\left(\frac{1}{3}\right)$ $\frac{5}{4} + \frac{\arcsin\left(\frac{1}{3}\right)}{2\pi} \le k \le 2 + \frac{\arcsin\left(\frac{1}{3}\right)}{2\pi}$ $k = 2$ $x_2 = 4\pi - \arcsin\frac{1}{3}$

Способ 4. С помощью тригонометрической функции

Для использования данного метода необходимо знать уравнение стандартного вида, которое было решено.

Пусть после преобразования уравнение примет вид $\sin x = \frac{1}{2}$. Найдем корни данного уравнения на промежутке $\left[-\frac{5\pi}{2}; -\frac{\pi}{2}\right]$.

Шаг 1. Построим график нашей функции: $y = \sin x$

Шаг 2. Отметим нужный нам промежуток $\left[-\frac{5\pi}{2}; -\frac{\pi}{2}\right]$

Шаг 3. Построим прямую $y = \frac{1}{2}$.

Шаг 4. Определим точки из промежутка, которые получились при пересечении графика функции и прямой $y = \frac{1}{2}$.

Шаг 5. Найдем значения этих точек: $x_1 = -\pi - \frac{\pi}{6} = -\frac{7\pi}{6}$ и $x_2 = -2\pi + \frac{\pi}{6} = -\frac{11\pi}{6}$

Задание 1. Выбрать корни, принадлежащие заданному промежутку

1. Корни уравнения: $x = \mp\frac{\pi}{3} + 2\pi k, k \in Z$ Промежуток: $\left[\frac{\pi}{2}; 2\pi\right]$	2. Корни уравнения: $x = \left[\begin{array}{l} \frac{\pi}{6} + 2\pi k, k \in Z \\ \frac{\pi}{2} + 2\pi k, k \in Z \end{array}\right.$ Промежуток: $\left[\frac{3\pi}{2}; 3\pi\right]$	3. Корни уравнения: $x = \left[\begin{array}{l} \frac{\pi}{4} + \pi k, k \in Z \\ 2\pi k, k \in Z \end{array}\right.$ Промежуток: $\left[-\frac{3\pi}{2}; -\frac{\pi}{2}\right]$
4. Корни уравнения: $x = \mp\frac{2\pi}{3} + 2\pi k, k \in Z$ Промежуток: $[2\pi; 3\pi]$	5. Корни уравнения: $x = \left[\begin{array}{l} -\frac{\pi}{8} + \pi k, k \in Z \\ \arccos\left(\frac{1}{3}\right) + 2\pi k, k \in Z \end{array}\right.$ Промежуток: $[-5\pi; -4\pi]$	6. Корни уравнения: $x = \frac{\pi}{6} + \frac{\pi k}{2}, k \in Z$ Промежуток: $\left[\frac{5\pi}{2}; 4\pi\right]$
7. Корни уравнения: $x = \left[\begin{array}{l} -\operatorname{arctg} 2 + 2\pi k, k \in Z \\ \pm\frac{3\pi}{4} + 2\pi k, k \in Z \end{array}\right.$ Промежуток: $[5\pi; 6\pi]$	8. Корни уравнения: $x = \left[\begin{array}{l} \frac{\pi}{2} + \pi k, k \in Z \\ \pi + 2\pi k, k \in Z \end{array}\right.$ Промежуток: $[3\pi; 5\pi]$	9. Корни уравнения: $x = \left[\begin{array}{l} \pm\frac{\pi}{6} + 2\pi k, k \in Z \\ 2\pi k, k \in Z \end{array}\right.$ Промежуток: $[-\pi; \pi]$

55 56 57

Рабочая тетрадь по ТРИГОНОМЕТРИИ

П.8.4. Модуль и точка

Напомним, что точка $A(x_a;y_a)$ принадлежит некоторой кривой $f(x;y)=0$ в том случае, если при подстановке координат точки в уравнение кривой получим верное равенство $f(x_a;y_a)=0$.

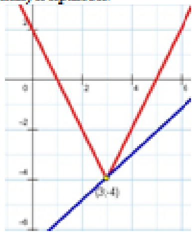
Модуль не является исключением.

Задание 1. Определите, принадлежит ли графику уравнения $y=2\cdot|x-1|-2$ точка $A(2;-3)$?

Задание 2. Найдите все значения параметра a, при каждом из которых точка $B(a^2;-2a)$ принадлежит графику уравнения $y=|x-1|-2$.

ВАЖНО

Количество пересечений модуля и прямой зависит, в том числе, от расположения вершины модуля относительно прямой. Поэтому важно рассматривать положение, когда вершина модуля лежит на прямой. Необходимо помнить, что вершина модуля является точкой, и здесь речь идет о расположении точки и прямой. Таким образом, мы имеем дело с принадлежностью точки (вершины) и прямой.



Задание 3. Определите значение параметра a, при которых вершина модуля $y=-2\cdot|x-3a|+a$ принадлежит прямой $y=-x+2$.

Задание 4. Прямая, заданная уравнением $3ax-a=2y-4$, проходит через вершину модуля $y=-9\cdot|x-2|+1$. Найдите значения параметра a.

Задание 5. Прямая $y=3x-5$ проходит через вершину модуля $y=2\cdot|x-a^2|-a$. Найдите значение параметра a.

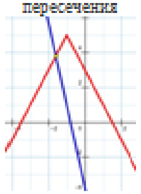
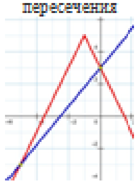
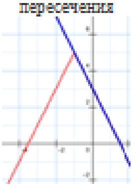
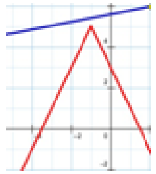
П.8.5. Модуль и прямая (параллельность)

График модуля представляет собой два луча, исходящих из одной точки. Эти лучи являются частью прямых и могут быть описаны уравнением линейной функции $y=kx+b$ с ограничением на независимую переменную.

Если в задаче есть линейная функция $y=kx+b$, то она может быть параллельна одной из веток модуля $y=k_m\cdot|x-x_0|+y_0$. Для этого необходимо выполнение одного из двух условий: или $k=k_m$, или $k=-k_m$. Уменьшение или увеличение коэффициентов при независимой переменной от положения параллельности приводит к изменению количества корней. Это своего рода ключевое положение.

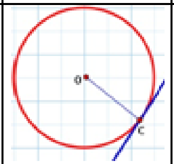
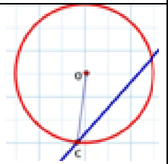
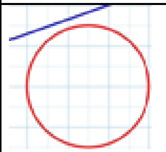
Задание 1. Определите все значения параметра p, при каждом из которых прямая $px-3x-y+3=0$ параллельна какой-нибудь ветке модуля $y=3\cdot|x+5|-23$.

В зависимости от расположения прямая и модуль могут иметь одну точку пересечения, две точки пересечения, иметь множество точек или не иметь их вообще (см. таблица).

Одна точка пересечения	Две точки пересечения	Множество точек пересечения	Нет точек пересечения
			

Б) Окружность и прямая

Окружность и прямая может располагаться относительно друг друга следующим образом:

Расположение окружности относительно прямой	**Рисунок**	**Условие**
Прямая касается окружности		- Прямая и окружность имеют ровно **ОДНУ ОБЩУЮ** точки - **Радиус** окружности, проведенный в точку касания, **перпендикулярен** прямой. - **Расстояние** от центра окружности до прямой равен радиусу, то есть $\rho(a;O)=R=AC$
Прямая пересекает окружность		Прямая и окружность имеют **ДВЕ ОБЩИЕ** точки Расстояние от центра окружности до прямой меньше радиуса, то есть $\rho(a;O)<R$
Прямая и окружность не имеют общих точек		Прямая и окружность **НЕ ИМЕЕТ** общих точек Расстояние от центра окружности до прямой больше радиуса, то есть $\rho(a;O)>R$

Задание 3. Прямая $2x-3y=-7$ касается окружности с центром в точке $O(-1;3)$. Найдите радиус этой окружности.

Задание 4. Определите взаимоположение прямой $3x-y=5$ и окружности радиусом 7 и с центром в точке $(-1;3)$.

Рабочая тетрадь ПАРАМЕТРЫ для всех

АВГУСТ PRO
МАТРИЦА ПЕДАГОГИЧЕСКИХ ИЗМЕНЕНИЙ

Тезис 4

Любой ребенок стоит того, чтобы в него верить.